EL PENDULO DE FOUCAULT

Es bien sabido que fue León Foucault quién por primera vez, demostró y midió la rotación de la Tierra sin observaciones astronómicas, es decir sin fijarse en el movimiento de las estrellas. En el año 1851 instaló un péndulo suspendido del centro de la cúpula del Panteón de Paris. Observó que el plano de oscilación del péndulo giraba en sentido horario.

En todos los artículos y libros, para explicar esto se dice, que como el plano de oscilación del péndulo permanece fijo en el “espacio”, al girar la Tierra en sentido antihorario en el hemisferio norte, desde la Tierra vemos que el plano de oscilación del péndulo gira en sentido contrario el mismo ángulo.

Es algo parecido a cuando miramos por la ventana del tren y vemos como los postes se mueven a la misma velocidad, pero en sentido contrario al nuestro.

Pero en el instante en que soltamos la bola del péndulo, ésta no está quieta en el espacio, sino que como nosotros está acompañando a la Tierra en su rotación. No podemos aplicar sin más al péndulo de Foucault lo que ocurre en un péndulo simple.

La principal finalidad de este trabajo es ver precisamente cual es esta diferencia, algo que al menos yo no lo he visto estudiado con claridad en ninguna publicación.

Si el péndulo de Foucault fuese un péndulo simple, la proyección vertical de su trayectoria sería un diámetro fijo respecto del espacio, mientras tanto la Tierra giraría en sentido antihorario, como se ve en la figura 1. La bola iría del punto 1 al 2 y volvería al 1. El punto 1 de la Tierra habría girado un ángulo Wt, yendo al punto 3 del espacio, siendo t el período de oscilación del péndulo.

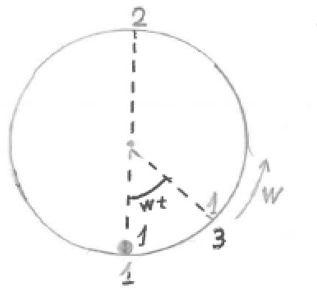

Figura 1.-

Respecto de la Tierra, que es lo que observamos nosotros, la proyección de la trayectoria de la bola es una curva como la representada en la figura 2. Pasa por el centro y al completar una oscilación, esta ha girado en sentido horario un ángulo Wt. Respecto de nosotros, que nos movemos con la Tierra, el péndulo simple no oscila en un plano.

En vez de recorrer un plano, el cable del péndulo recorre una superficie reglada, siendo la generatriz el cable, y la directriz la mencionada curva.

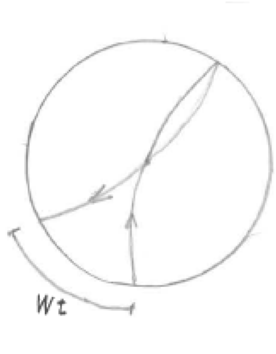

Figura 2.-

Antes de pasar a estudiar el péndulo de Foucault, vamos a ver unos ejemplos ideales, algo más sencillos, de billares circulares, pues creo que de esta forma será más fácil su comprensión.

En la figura 3 tenemos un billar circular, y golpeamos con el taco la bola en la dirección del radio.

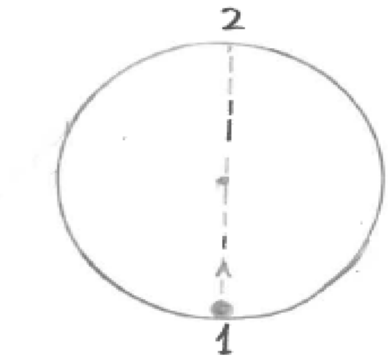

Figura 3.-

La bola parte del punto 1, llega al punto 2 y vuelve de nuevo hacia el 1.

Si este billar en lugar de estar fijo está girando sobre una mesa, y golpeamos a la bola cuando está en un punto de la mesa, la bola vista desde la mesa recorre un diámetro, del punto 1 de la mesa va al punto 2 de la mesa y vuelve al mismo punto 1 de la mesa. Figura 4.

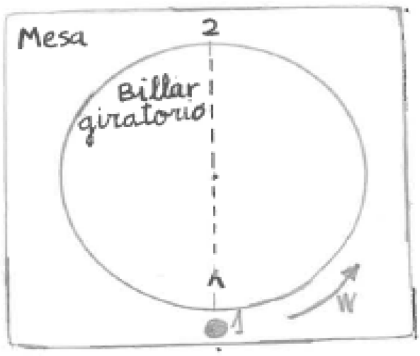

Figura 4.-

Pero el punto 1 del billar gira con él y la bola no vuelve al punto 1 del billar, sino al punto 1 de la mesa, y esta ha girado un ángulo W·t respecto del billar. Figura 5.

Desde el billar, la trayectoria recorrida por la bola tiene la forma representada en la figura.

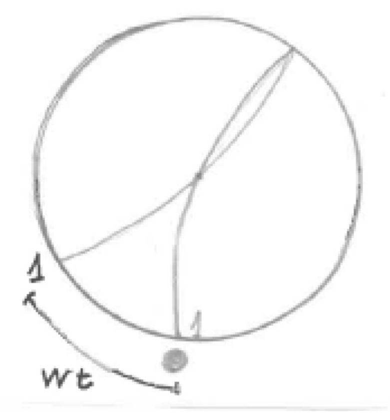

Figura 5,-

Observemos la similitud entre las figuras 2 y 5.

En ambos casos, tanto la bola de billar como la proyección de la bola del péndulo, recorren curvas similares, pasan por el centro, y en cada recorrido de ida y vuelta, pasan por un punto de la circunferencia exterior que forma un ángulo W·t desde el punto inicial. El ángulo W·t nos da en el caso del péndulo el ángulo girado por la Tierra y en el otro caso, el girado por el billar.

Antes de estudiar el caso del péndulo de Foucault, vamos a hacer el experimento teórico con un billar giratorio, pero impulsando la bola desde dentro del billar, caso en principio similar al péndulo girando con la tierra en el momento de soltarlo, que es el péndulo de Foucault.

En este caso la velocidad V de la bola tiene dos componentes, V1 radial debida al golpe del taco y Vo tangencial debida a la rotación del billar. Ver la figura 6.

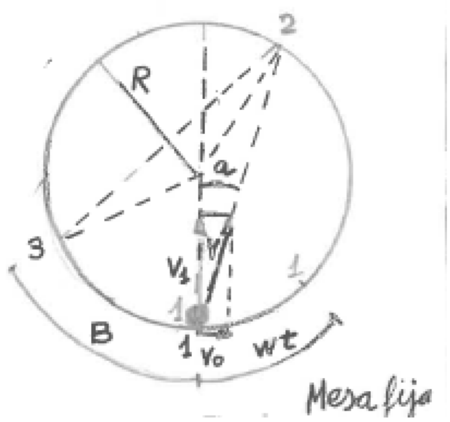

Figura 6.-

La trayectoria de la bola respecto de la mesa son las rectas 1-2 y 2-3. La bola ha girado respecto a esta mesa en su ida y vuelta un ángulo B=4·a. La trayectoria no pasa por el centro. El punto 1 del billar ha girado W·t, luego la bola respecto del billar ha girado un ángulo B+W·t. En este caso la medición del ángulo girado por la bola no nos sirve para medir W·t, pues se le suma el ángulo B que es debido a la existencia de Vo, que desvía la trayectoria y no pasa por el centro. Como se puede ver en la figura si Vo es muy pequeño, a será también un ángulo muy pequeño y se puede pensar que en este caso lo que ocurriría sería algo similar a la figura 4, pues al ser B muy pequeño la bola volvería prácticamente al mismo punto de la mesa.

Veamos que esto no es así. Cuando Vo es muy pequeño, la longitud recorrida por la bola en la ida y vuelta es aproximadamente 4R

tga=Vo/V1, V1/V=cosa, como a es muy pequeño cosa=1 y V=V1 el tiempo necesario en recorrer la ida y vuelta aproximadamente t=4R/V1. El ángulo Wt=W·4R/V1 pero WR=Vo luego Wt=4·Vo/V1= 4·tga, pero tga=a en radianes, WT=4a=B. Es decir que en el caso de Vo muy pequeña, giro del billar lento, el ángulo que la bola va recorriendo es Wt+B=2Wt, doble del ángulo girado por el billar. No es igual el ángulo girado por la bola respecto del billar y el del billar respecto de la mesa fija, en el caso más favorable es el doble. Todo esto es debido a que la bola comienza su recorrido con una velocidad tangencial Vo.

En el caso del péndulo de Foucault, donde hemos visto que también el péndulo comienza con una velocidad tangencial, ¿ocurrirá algo parecido? En el caso del billar una vez comenzado el movimiento la velocidad V se mantenía constante al haber aceptado en el ejemplo ideal la inexistencia de rozamiento entre la bola y el billar.

En el caso del péndulo, tenemos el cable que tira de la bola hacia el centro, algo que no existe en el billar giratorio, y probablemente ocurran cosas distintas.

Como dice en Wikipedia, “El péndulo de Foucault es un péndulo esférico, que puede oscilar libremente… etc.”

Voy a utilizar en lo siguiente el libro titulado Mecánica del que fue mi profesor en la carrera, D. Enrique Belda, en mis tiempos de estudiante en la Escuela de Ingenieros de Bilbao. También me basaré en Mécanique Rationelle de P. Applle.

Se llama péndulo esférico porque la bola no se mueve en un plano vertical como el péndulo simple, sino que lo hace en una superficie esférica de radio la longitud del cable y centro el de la esfera el punto de donde cuelga.

La trayectoria de la bola en la superficie esférica, en el caso de velocidad inicial horizontal como es nuestro caso, Figura 7., está comprendida entre dos paralelos, el superior de radio R definido por el punto comienzo del movimiento y otro inferior más pequeño de radio r, que lo obtendremos más adelante.

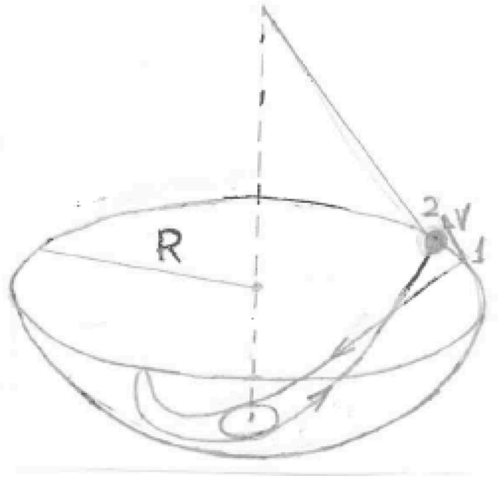

Figura 7.-

La proyección del movimiento sobre el plano horizontal (figura 8), es una elipse de semiejes R y r, con centro en el centro de la circunferencia, que es recorrida por la bola. Esta elipse a su vez va girando en el sentido antihorario, siendo a el ángulo girado por la elipse y con ella la bola en media oscilación. En una oscilación completa el péndulo gira el ángulo 1-2=2a. El ángulo B es mayor de 180º. El movimiento total de la bola es la composición de estos dos movimientos, uno recorriendo la elipse, y otro acompañando a la elipse en su giro.

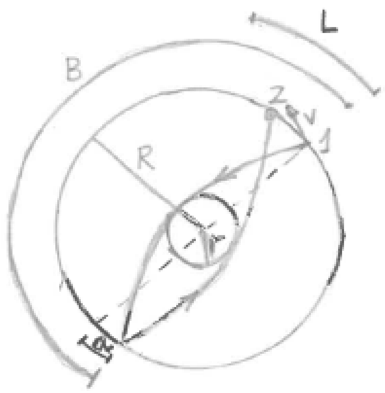

Figura 8.-

Estas son las dos primeras diferencias entre el péndulo simple y el de Foucault. El péndulo simple pasa por centro y el de Foucault no y además el péndulo simple en una oscilación vuelve al mismo punto del espacio, pero el de Foucault gira 2B-360º=2a.

Vamos a estudiar el caso de un péndulo de 67m. de longitud, soltado en el polo norte a 3 m. del centro de la circunferencia. Estos valores son los que utilizó Foucault en Paris.

La altura a la que se suelta el péndulo es muy fácil de calcular por el teorema de Pitágoras.

Obtenemos una altura de 6,71 cm.

Igualando la energía potencial en este punto con la cinética en el punto inferior, obtenemos la velocidad de la bola en este punto más bajo que es de 1,14 m/s.

Según el teorema de las áreas R·V=r·v, siendo R el radio del paralelo superior y r el del inferior, r=RWR/v, R=3, V=W·R siendo W la velocidad angular de la Tierra, 360º en 86100 segundos. De esto obtenemos que el radio de la pequeña circunferencia es r=0,58 mm. Esta distancia a simple vista es inapreciable, por lo que puede dar la sensación de que pasa por el centro.

Hemos tomado un día sidéreo de 86100 segundos, que es lo que tarda la Tierra en completar una vuelta respecto del espacio.

Como vemos la trayectoria de la bola no pasa por el punto más bajo, sino que lo hace tangentemente a un pequeño paralelo de la superficie esférica.

El periodo del péndulo simple de 67 m. es fácil de calcular y se obtiene t=16,41 seg. Tomamos este valor como aproximado para el del péndulo de Foucault. El ángulo recorrido en una oscilación por el punto 1 de la Tierra respecto del espacio es de L (fig. 8), que se obtiene sabiendo que en 86100 segundos la circunferencia da una vuelta completa y obteniendo por una regla de tres lo recorrido en 16,41 seg., obtenemos 0,001197 rad. (Figura 8.)

Las diferencias entre el péndulo simple y el de Foucault son dos, primera, que el péndulo simple pasa por el centro y el de Foucalt no, segundo que el péndulo simple vuelve al punto 1 fijo en el espacio y el de Foucault llega al 2.

Respecto de la Tierra la trayectoria está representada en la figura 9.

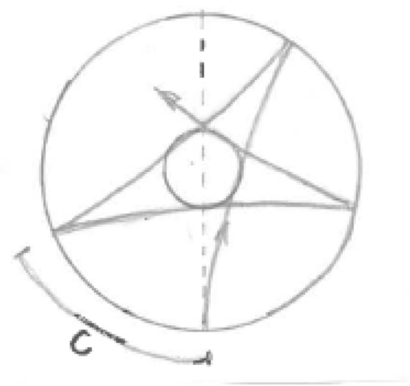

Figura 9.-

En sucesivas oscilaciones las curvas van formando una estrella como se ve en la figura.

Vamos a calcular aproximadamente la diferencia entre un péndulo simple y el de Foucault. El péndulo simple gira en sentido horario respecto de la Tierra un ángulo Wt exactamente. Si sustituimos las curvas de la figura 9 por rectas tangentes al pequeño círculo, (figura 10), se comprueba que el ángulo D obtenido por las trayectorias rectas aproximadas, es menor que el verdadero ángulo girado en una oscilación C. D=4a, sena=0,58/3000=0,00019 que es igual al ángulo en radianes al ser a muy pequeño, a=0,00019 rad. D=4a=0,000773 rad.

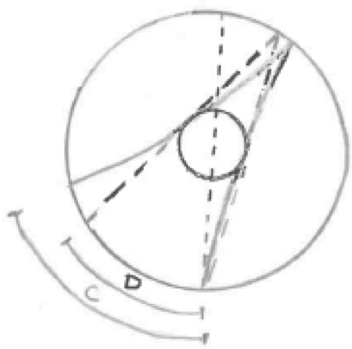

Figura 10.-

El giro en cada oscilación del péndulo de Foucault está pues entre estos dos valores de 0,000773 de las rectas y 0,001197 radianes del péndulo simple. L>C>D. Porcentualmente 0,000773/0,001197=0,65, el péndulo de Foucalt no se aleja del simple en más del 35%.

De momento, sin más datos, si entre 0% y 35% (entre el péndulo simple y las trayectorias rectas aproximadas), tomamos la media aritmética, obtenemos el 17% de desviación del péndulo de Foucault respecto del péndulo simple.

Poco hay escrito acerca de esto. He encontrado al respecto, lo relativo a un péndulo instalado en Buenos Aires en el año 2004 al que se hace referencia en Wikipedia y que dice: "Chequeando en varias oportunidades en periodos de hasta 12 horas, la ley se cumple con un error menor al 10%, el error estándar que tienen los péndulos más famosos". Después de lo visto se puede afirmar que esto no es un error, sino que el péndulo de Foucault cumple su cometido perfectamente, cumpliendo las leyes de la física como hemos visto, girando en cada oscilación menos que el péndulo simple pero no difiriendo de él en más de un 17%.

En otro escrito titulado "Péndulo de Foucault, ECURED", se dice que Foucault con el péndulo que montó en el Panteón de Paris, obtuvo una medición de 2,5 mm. de desviación en cada oscilación. Según lo que hemos visto hasta ahora el péndulo simple en el polo gira respecto de la Tierra 0,001197 radianes, que en París sería 0,001197sen48,86=0,000901 rad=2,704 mm. siendo 48,86 la latitud de París. Estos 2,5 mm. girados difieren un 8,1% de los 2,704 el del péndulo simple, este porcentaje es similar al 10% observado en péndulo de Buenos Aires.

En las figuras se han ampliado las proporciones de algunos elementos, para poder visualizar mejor dimensiones tan pequeñas.

Hay que decir que los valores obtenidos en los cálculos son aproximaciones, por ello está la diferencia entre el 17% calculado y el 10% y 8% comprobados es perfectamente admisible, pero las conclusiones generales son válidas. Por ejemplo, para calcular la energía cinética de la bola en el punto inferior, hemos tomado la altura total hasta el punto más bajo, pero si como hemos visto luego, la bola no pasa por el centro sino a 0,58 mm. de distancia, la altura será algo menor y por lo tanto también la energía cinética y de hay también menor la velocidad en el este punto de tangencia con el paralelo inferior. Hemos aceptado también como periodo del péndulo de Foucaut el mismo que para un péndulo simple, y tampoco esto es así de exacto. También hemos sustituido la verdaderas trayectorias curvas del péndulo de Foucault por rectas para facilitar los cálculos. Finalmente hemos hecho una media aritmética de dos valores entre los cuales sabemos que esta el verdadero valor. Todo esto acumulado hace que el 17% calculado no coincida con el 10% y el 8% comprobados.

Antonio del Campo.

Ingeniero Industrial

Colegiado 1116