NUEVAS CURIOSIDADES SOBRE EL RODAR DE LA BICICLETA.

En este segundo escrito sobre la bicicleta y el rodar, vamos a hacer caso de lo que decía el ingeniero y físico Lord Kelvin; "A menudo digo que cuando puedes medir aquello de lo que estás hablando y expresarlo con números, puedes conocer algo de ello; pero que cuando no puedes medirlo, cuando no puedes expresarlo con números, tu conocimiento es precario e insatisfactorio".

Hagamos caso a este insigne ingeniero y tratemos de interpretar el rodar de una bicicleta por medio de números, para tener un conocimiento satisfactorio de ello.

En el anterior escrito sobre la bicicleta y el rodar de sus ruedas, decía que, al ser el material de la rueda elástico, cuanto más inflada estuviese la esta, la zona de contacto con el suelo sería menor y por lo tanto también sería menor el esfuerzo a realizar para hacerla avanzar. Esto es un conocimiento precario e insatisfactorio del fenómeno, tratemos de expresarlo con números.

El contacto de la rueda y el suelo no se reduce a un punto, como ocurriría si los dos materiales, (rueda y suelo) fuesen indeformables, lo que hay es una zona de contacto que, si suponemos indeformable la carretera, será plana.

El suelo reacciona contra la rueda (acción y reacción) con una fuerza normal hacia arriba N igual al peso P. Pero en su intento de rodar, la rueda encuentra esta normal algo más adelantada que el peso. Esta normal es la suma de todas las pequeñas presiones ejercidas por el suelo sobre la rueda en la zona de contacto. Ver la figura 1. En la parte superior derecha viene representada en planta y a escala mayor la zona de contacto entre suelo y rueda.

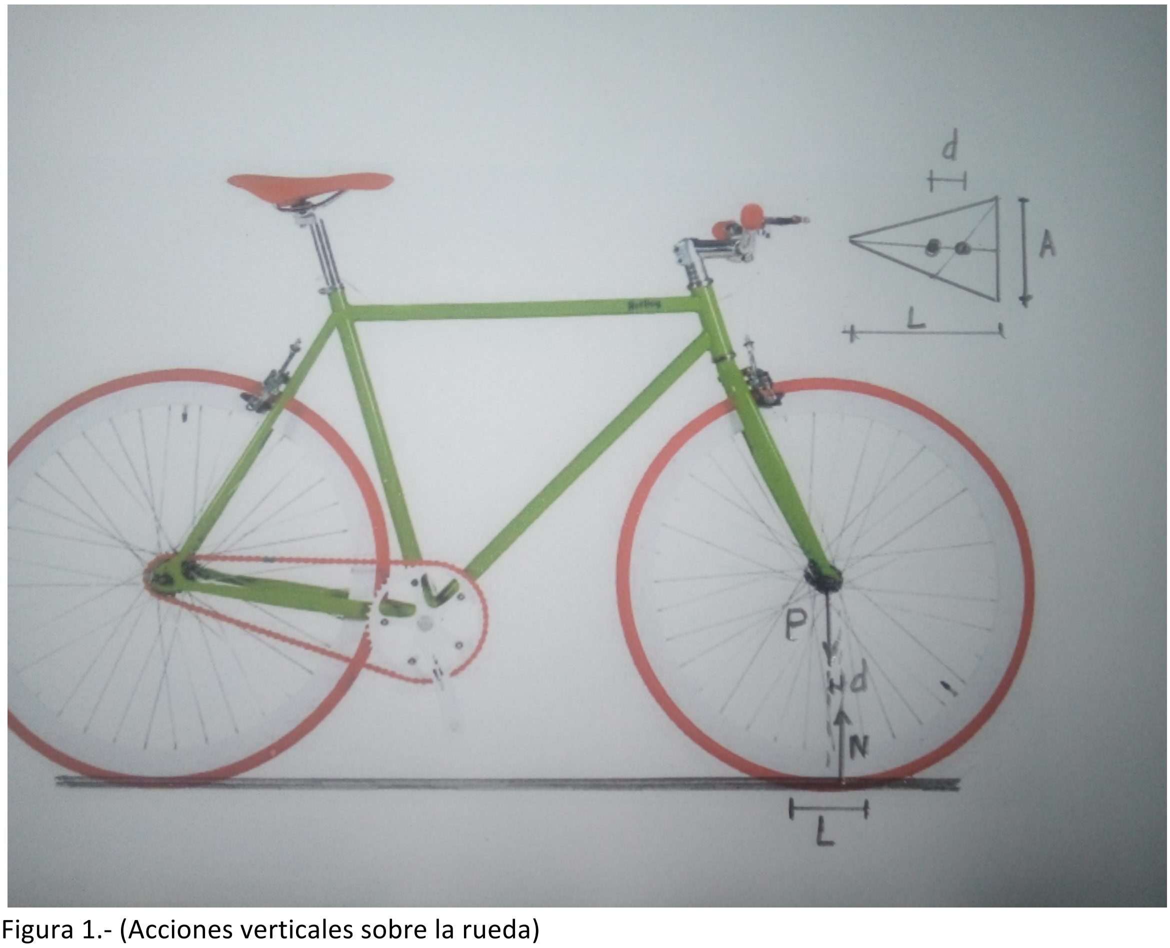

Figura 1.- (Acciones verticales sobre la rueda)

Si la zona de contacto tiene una longitud L y N está adelantada una longitud d del peso P, para que esto ocurra esta zona tiene que ser más ancha en la zona delantera y más ancha en la trasera, algo así como el triángulo representado en la figura. La prolongación del peso ejercida por el cuadro sobre el eje de la rueda pasa por el punto medio de la zona de contacto, y la normal por el baricentro del triángulo.

Pasando a un ejemplo concreto en el que cuadro más el ciclista pesan 80 kg., y cada rueda 2 kg. P=(80+2+2)/2=42 kg. Supongamos para simplificar que el peso está distribuido por igual entre las dos ruedas.

Estudiemos el caso de la bici a la velocidad de 20 km/h. que dejando de pedalear se para en 50 m. en una carretera horizontal. V=20 km/h=20.000 m/3.600 s=5,55 m/s. Si suponemos para simplificar que el movimiento es decelerado con deceleración constante, sabemos que $50=a\cdot t^2/2$ y $5,55=a\cdot t$.

Sustituyendo 50=5,55·t/2, t=18,01 seg., y a=5,55/18,01=0,31 m/seg2. La deceleración angular si la rueda es de 40 cm. de radio es Da=a/R=0,31/0,4=0,77 rad/s2.

Hay dos factores que hacen que la bici se vaya parando, el par ejercido por el peso y la normal, que es de sentido contrario a la rotación, y la resistencia del aire.

Vamos a ir por pasos, si aislamos el cuadro, su peso es con el ciclista de 80 kg. Como su deceleración es de 0,31 m/seg^2, la fuerza de frenado total sobre el cuadro es de F_t=80·0,31=24,8 NW.

Parte de esta fuerza de frenado es ejercida por el aire. El viento a una velocidad de 100 km/h produce sobre un metro cuadrado un empuje aproximado de 100 kg=980 NW, 100 km/h=27,78 m/seg. La superficie del ciclista erguido que se opone al aire es aproximadamente de 1·0,3=0,30 m^2. La fuerza ejercida por el aire es proporcional al cuadrado de la velocidad,

980 NW=Kte·27,78^2. El valor de la constante de proporcionalidad es pues 980/27,78^2=1,27. La fuerza que ejerce el aire a 5,55 m/seg sobre 0,30m^2 es Fa=1,27·0,3·5,55^2=11,73 NW.

Esta es la resistencia que el aire opone al ciclista cuando va a 5,55 m/seg. Pero esta fuerza no es constante durante los 18,01 segundos que dura el recorrido hasta pararse, pues va disminuyendo la velocidad y la fuerza disminuye asimismo. Para calcular el efecto de la fuerza de frenado durante los 18,01 segundos del recorrido, vamos a obtener la fuerza constante que produciría el mismo efecto de frenado que la verdadera variable. Para ello debemos calcular el promedio integral de esta fuerza durante el intervalo. Sabemos que F=Kte·V^2 y V=5,55-0,31t luego F=1,27·0.3·(5,55-0,31t)^2 (1). Para calcular el promedio integral de esta fuerza variable durante el período de 18,01 segundos debemos integrar esta expresión de la fuerza.

Integrando la expresión (1) se obtiene -(1,27·0,3 /0,31·3)·(5,55-0,31·t)^3. Dándole a t los valores de 10,81 y 0 obtenemos el valor de la integral en el período, que es 70-0=70. De aquí se obtiene el valor de la fuerza promedio integral entre 0 y 18,01 segundos 18,01·F_p=70, F_p=3,87 NW.

De los 24,8 Nw. de frenado 3,87 Nw son ejercidos por el aire, el resto. 24.8-3,87=20,93 Nw. son ejercidos sobre el cuadro por las dos ruedas en los ejes. Suponiendo que las dos ruedas ejercen la misma acción sobre el cuadro, cada una ejerce 20,93/2=10,465 Nw. hacia atrás.

Figura 2.- (Fuerzas horizontales ejercidas sobre el cuadro.)

El cuadro ejerce sobre cada rueda (acción y reacción) una fuerza de 10,465 Nw hacia delante. Siendo el radio de la rueda de 40 cm. el momento ejercido por el cuadro sobre la rueda en el sentido de giro positivo (sentido horario) es de 10,465·0,4=4,186 Nw·m. El momento necesario para producir la deceleración angular es M=I·Da, momento de inercia por deceleración angular. El momento de inercia respecto del punto de contacto rueda suelo como decíamos en el escrito anterior es $2 \cdot 2 \cdot 0{,}4^2$.

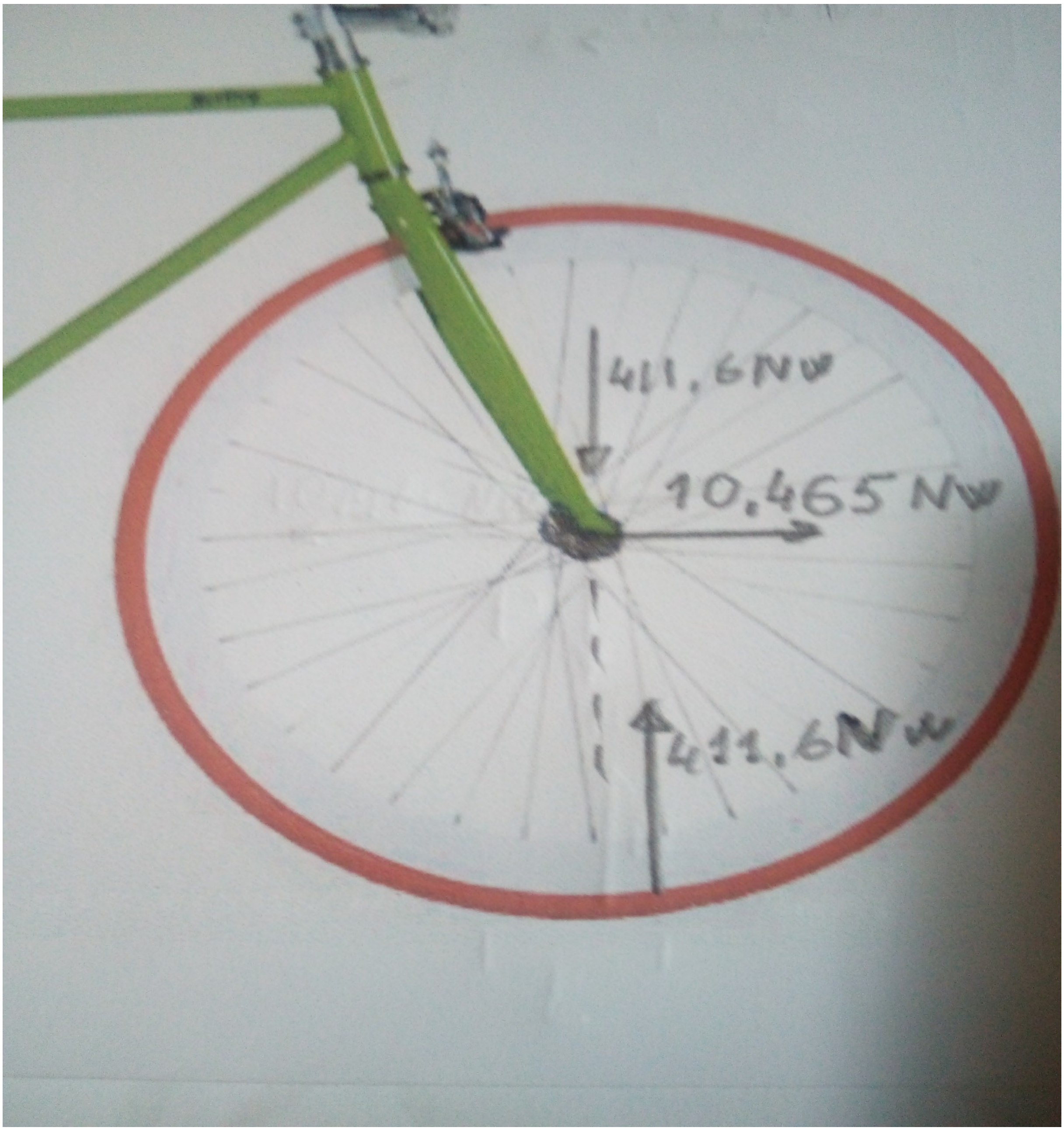

Figura 3.-(Fuerzas ejercidas sobre la rueda)

Por lo tanto, $M=2\cdot 2\cdot 0,4^2\cdot 0,77=0,493$ Nw·m. El par ejercido por el peso y la normal tiene que compensar estos dos momentos $4,186+0,493=4,679$ Nw·m.$=42\cdot 9,8\cdot d=411,6\cdot d$, luego $d=0,011$ m=11 mm.

Esto es lo que avanza la reacción del suelo sobre la rueda con relación al peso transmitido a la rueda por el cuadro. Ya tenemos unos números que como dice Lord Kelvin nos sirven para entender de forma algo satisfactoria como y porqué se para una bici al dejar de pedalear, expresado con números.

Vamos a calcular cual es el acortamiento vertical de la rueda en este caso.

En un triángulo isósceles como el representado en la figura, la longitud L (longitud de la zona de contacto) es igual a 6 veces la distancia entre el baricentro y el centro del triángulo. $L=6\cdot d=6\cdot 11=66$ mm.

Figura 4.-

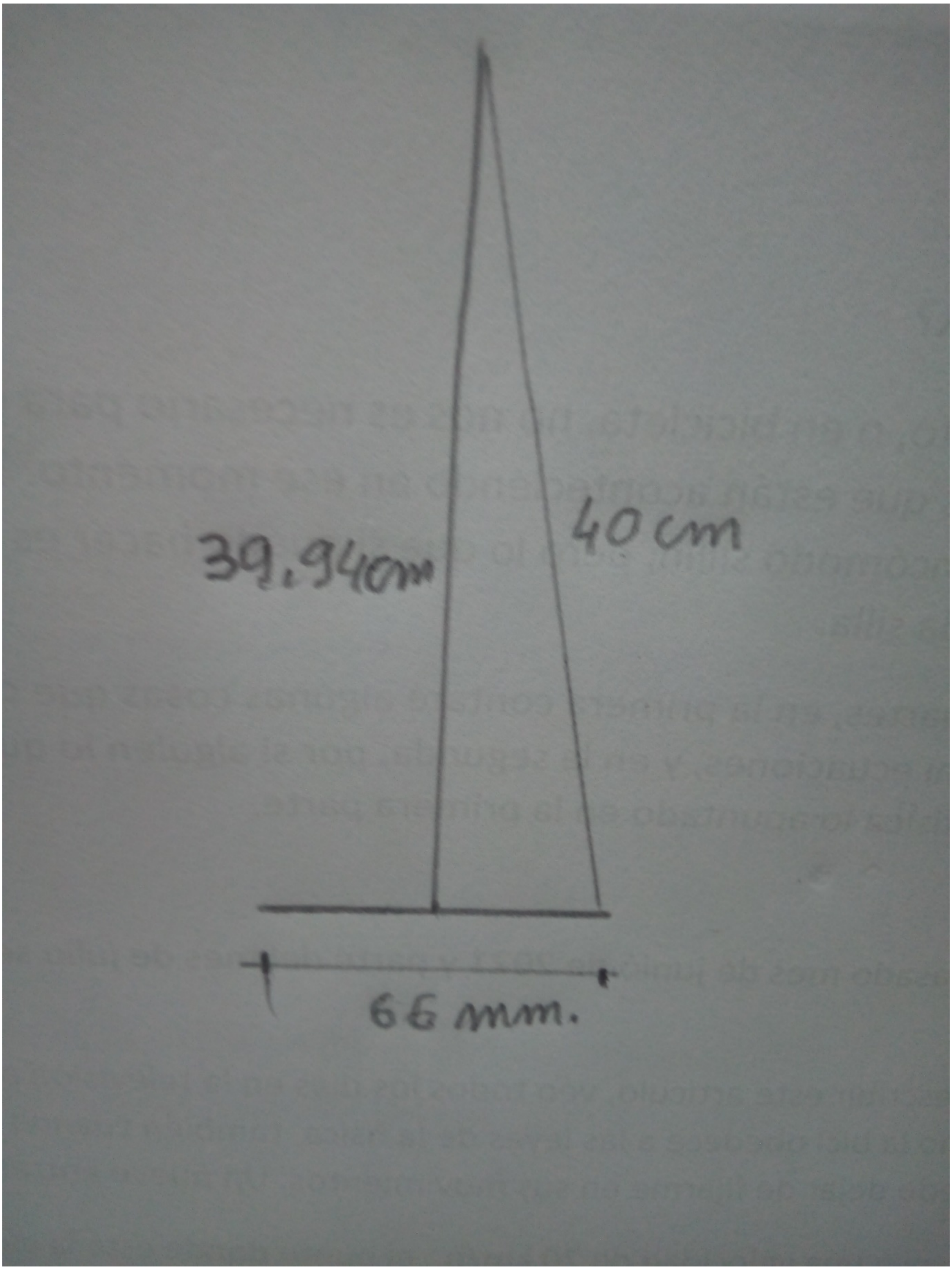

Figura 4.-

En el triángulo rectángulo de la figura 4, la hipotenusa es el radio de la rueda 40, el cateto menor L/2= 66/2=33 mm. Aplicando el teorema de Pitágoras[22] obtenemos para el cateto mayor 39,84 cm, luego la rueda se ha deformado 40-39,86= 0,14 cm. en el sentido vertical.

Vamos a pasar a estudiar el caso de la bici menos inflada, por ejemplo, que se deforme el doble que en el ejemplo precedente, 2·0,14=0,28 cm.

El triángulo rectángulo tiene ahora la hipotenusa de 40 cm, el cateto mayor 40-0,28=39,72 cm. luego el cateto menor es 4,72 cm. La longitud de contacto L es como sabemos 2·4.72=9,44 cm. la distancia entre el centro y el baricentro es 9,44/6=1,57 cm.

El par de frenado ejercido por la normal y el peso es en este caso M=42·9,8·1,57/100=6,46 NW·m. en sentido antihorario.

El momento total de frenado sobre la rueda es el momento de inercia por la aceleración angular, que como sabemos es $2 \cdot 2 \cdot 0.4^2 \cdot a/0,4=1,6 \cdot a$, siendo a la deceleración.

La fuerza de frenado sobre el cuadro es F=80·a y en cada rueda la mitad 40·a. La reacción de esta fuerza es una fuerza hacia adelante sobre la rueda de 40·a NW, y un momento de 40·a·0,4=16·a, es decir 16·a+1,6·a=6,46, de aquí obtenemos a=0,37 m/seg^2. El tiempo hasta que se para lo obtenemos de 5,55=0,37·t, t=15 seg. Y el espacio recorrido $S=0,37 \cdot 15^2/2=41,6$ m.

Con la rueda algo menos inflada la deceleración es algo mayor y el recorrido hasta parar menor, como era de esperar.

Veamos ahora cuáles son las fuerzas y momentos que intervienen cuando la bicicleta mantiene una velocidad constante de 20 km/h=5,55 m/seg. , estando las ruedas infladas como en el primer ejemplo.

En este caso la aceleración del cuadro es nula, por lo que la suma todas las fuerzas horizontales sobre el cuadro tiene que ser nula asimismo.

Sobre el cuadro el viento a 5,55 m/seg. ejerce una fuerza de frenado es como sabemos de 11,73 NW. Esta fuera es transmitida al cuadro por el ciclista que es el que sufre en primer lugar la resistencia del aire.

Figura 5 (Fuerzas horizontales sobre el cuadro a 20 km/h.)

La aceleración angular de las ruedas es nula, por lo que la suma de momentos sobre cada una de ellas debe de ser nula también.

Sobre la rueda delantera el peso y la normal ejercen un par de frenado como sabemos de 42·9,8·0,011=4,65 Nw·m. El cuadro debe ejercer sobre la rueda un momento igual y de sentido contrario, 4,65=F·0,4, es decir F=11,63 NW. Esta fuerza es ejercida por el cuadro sobre la rueda delantera, luego la rueda ejerce sobre el cuadro 11,63 NW hacia atrás. Sumando a esta fuerza la ejercida por el viento 11,63+11,73=23,36 NW. La rueda trasera debe de ejercer 23,63 NW sobre el cuadro hacia adelante. El cuadro ejerce por lo tanto un momento sobre la rueda trasera de 23,36·0,4=9,344 NW·m. Sobre esta rueda trasera se ejerce el par de frenado de 4,65 NW·m debido al desplazamiento de la normal. Estos dos momentos tienen que ser compensados por el producido por la cadena, que si suponemos un piñón de radio de 5 cm. el momento es f·(0,40+0,05)=9.344+4,65=13,994 y f=31,10 NW. Este esfuerzo es transmitido por la cadena, que si la biela del pedal es de doble longitud que el radio del plato, la fuerza de pedaleo es la mitad es decir 31,10/2=15,55 NW.

Como ya dominamos las fuerzas y momentos que se ejercen en la bicicleta, vamos a calcular cual es la fuerza que hay que hacer sobre el pedal para mantener una velocidad constante de 50 Km/h=13,89 m/seg.

En este caso la fuerza ejercida por el aire es sobre el cuadro es, $1{,}27\cdot 0{,}3\cdot 13{,}89^2=73{,}51$ Nw. La rueda delantera a velocidad constante ejerce como hemos visto 11,63 Nw hacia atrás sobre el cuadro.

73,51+11,63=85,14 Nw, que tienen que ser compensados por la acción de la rueda trasera sobre el cuadro. El cuadro ejerce pues una acción sobre el eje de la rueda de 85,14 Nw hacia atrás. Esta fuerza ejerce sobre la rueda trasera un par anti horario de 85,14·0,4=34,06 Nw·m. Para que la rueda tenga velocidad angular constante la fuerza ejercida por la cadena tiene que producir un par igual de sentido contrario de 34,06+4,65=38,71= F·0,45, luego la fuerza ejercida por la cadena sobre el piñón de 5 cm, de diámetro es 38,71/0,45=82,02 Nw. Para mantener la velocidad de 20 Km/h. hemos visto que esta fuerza era de 31,10 Nw.

Cuando estaba terminando este escrito ha llegado a mis manos el número 539 de agosto del 2021 de la revista Investigación y Ciencia. Hay un artículo sobre la resistencia del aire y la bicicleta escrito por dos profesores de física de la universidad de París-Sorbona. En el artículo se compara la acción del viento que a 54 km/h puede ser de unos 40 Nw sobre un ciclista recostado sobre el manillr. Y se dice las fuerzas de rozamiento de piñones, cadena, suelo etc. que no suelen pasar de 2 Nw.

La realidad es que no hay rozamiento rueda suelo, pues la rueda no desliza sobre el suelo al ser nula la velocidad del punto de contacto. Lo que si hay es una resistencia a la rodadura producida por el avance de la normal del suelo contra la rueda. Hemos considerado que la acción del viento a 50 Km/h. era de 73,51 Nw. Mientras que las dos ruedas producen una fuerza de frenado de 2·11,63=23,26 Nw., que es menor que la acción del viento, pero no despreciable.

Desde que he escrito este estudio sobre la bici miro como ruedan las que pasan a mi lado, e intento imaginarme las fuerzas, momentos y deformaciones que se dan cuando la bicicleta rueda. A veces, viendo una bici aparcada, me acerco y presiono el sillín contra el suelo para apreciar la deformación, aunque en este caso al estar parada el peso y normal pasan por el mismo punto central de la zona de contacto.

Antton de Campo

Ingeniero Industrial-