EL EFECTO CORIOLIS SIN UTILIZAR EL TEOREMA DE CORIOLIS. -

Recuerdo en mis años de carrera, cuando aplicando el teorema de Coriolis, deducíamos que un cuerpo pesado soltado desde una altura determinada no caía en el pie de la vertical, sino que en su caída se desviaba hacia el este. Así mismo, utilizando Coriolis calculábamos cual era este desvìo. También deducíamos el porqué en el hemisferio norte las vías de ferrocarril se desgastaban más a la derecha en el sentido del avance y calculábamos esta fuerza.

Antes de pasar a estudiar lo que significa Coriolis vamos a ver algo sobre las fuerzas de inercia.

Si vamos conduciendo un coche con el cinturón de seguridad bien colocado y frenamos repentinamente, nos dará la impresión de que somos empujados hacia adelante por una fuerza, pero que gracias a que el cinturón nos sujeta ejerciendo una reacción hacia atrás no nos golpeamos contra el volante. Un peatón que vea lo mismo desde fuera dirá que para que el conductor se vea frenado, el cinturón ejerce una fuerza hacia atrás lo que le produce una deceleración de frenado. El conductor aprecia dos fuerzas y el peatón una.

Sabemos que la fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración $F=m\cdot a$, si pasamos $m\cdot a$ al otro miembro de la igualdad tenemos $F-m\cdot a=0$ y si a $-m\cdot a$ le llamamos F_i, fuerza de inercia, podemos poner $F+F_i=0$. El conductor percibe dos fuerzas, una hacia adelante F_i de inercia y otra hacia atrás ejercida por el cinturón, estas dos fuerzas se compensan y el conductor no se mueve ni hacia adelante ni hacia atrás respecto del coche. Las fuerzas de inercia son observadas desde sistemas acelerados, por ejemplo, dese el coche frenando. Las dos interpretaciones, tanto la del conductor como la del paseante son correctas, solo hay que pasar -ma al otro miembro de la igualdad.

Viajando en coche en el asiento derecho, cuando el vehículo efectúa un giro hacia la izquierda, notamos una fuerza que nos empuja hacia la ventanilla, y la puerta reacciona sujetándonos. Aquí también apreciamos dos fuerzas desde dentro. Un peatón que nos observe verá que para que gire, la puerta me empuja y me hace cambiar de dirección, aprecia una sola fuerza. En este caso a fuerza de inercia se le llama fuerza centrífuga.

He hecho esta introducción porque la fuerza de Coriolis es también una fuerza de inercia que como veremos se aprecia desde sistemas que giran, y se ejerce sobre algo que se mueve respecto al sistema que gira, por ejemplo, desde la Tierra que gira alrededor de su eje.

Para mí y otros muchos compañeros de carrera, la fuerza de Coriolis era una fuerza algo especial que "aparecía" como por arte de magia en los sistemas que giraban. Pensábamos que normalmente todas las fuerzas eran ejercidas por alguien o por algo, y en este caso no se veía quien la producía. Era algo que no comprendíamos en toda su profundidad, pero que lo aplicábamos en la resolución de algunos problemas. Era preciso realizar un producto vectorial para saber en qué dirección se ejercía esa fuerza, así como para calcular el valor de su módulo.

Todavía no nos meteremos con Coriolis, antes jugaremos al deporte llamado Curling. Se practica sobre hielo y consiste en lanzar con suma precisión una piedra de granito de 20 kg. que debe recorrer 45,5 m y acercarse lo más posible a un punto marcado a esa distancia. La piedra suele tardar aproximadamente 15 segundos en su recorrido. Como prácticamente no hay rozamiento entre la piedra y el hielo, el recorrido de la piedra es una recta, pero aunque gire algo la Tierra, la piedra sin ninguna fuerza que la desvíe, sigue un recorrido recto respecto del espacio. Como se puede ver en la figura 1 durante este tiempo el plano horizontal (el suelo) ha girado alrededor del punto A de lanzamiento un ángulo an. El punto B1 se ha desplazado al B2 respecto del espacio. Es decir que al no existir fuerza de rozamiento, si lanzamos la piedra hacia el punto B1, esta no irá a la nueva posición que es la B2, sino que se desplazará algo hacia la derecha respecto del suelo.

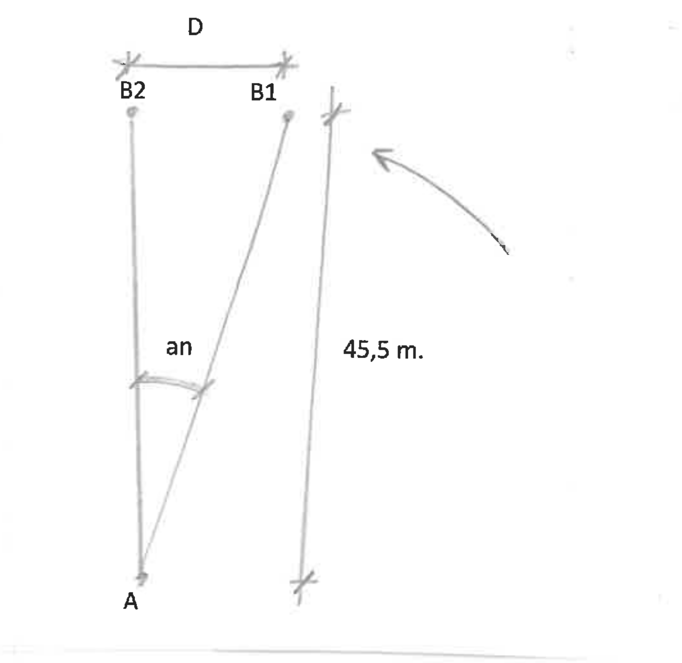

Figura 1.-

En la figura 2 se ve que el suelo a una latitud L gira alrededor de su radio correspondiente con una velocidad angular W·senL, por lo tanto el ángulo an de la figura 1 vale an=W·senL·t, W es velocidad angular de la a Tierra alrededor de su eje, L la latitud y t el tiempo. En un lugar de L=60º y sustituyendo los valores correspondientes, (W=2·3,14/86.400 rad/seg, sen60º=0,87 y t=15 seg) vemos que el punto B ha girado an=2·3,14·0,87·15/86.400=0,00095 rad. El arco que ha girado el punto B es igual al ángulo en radianes multiplicado por el radio D=0,00095·45,5=0.043 m.=4,3 cm.

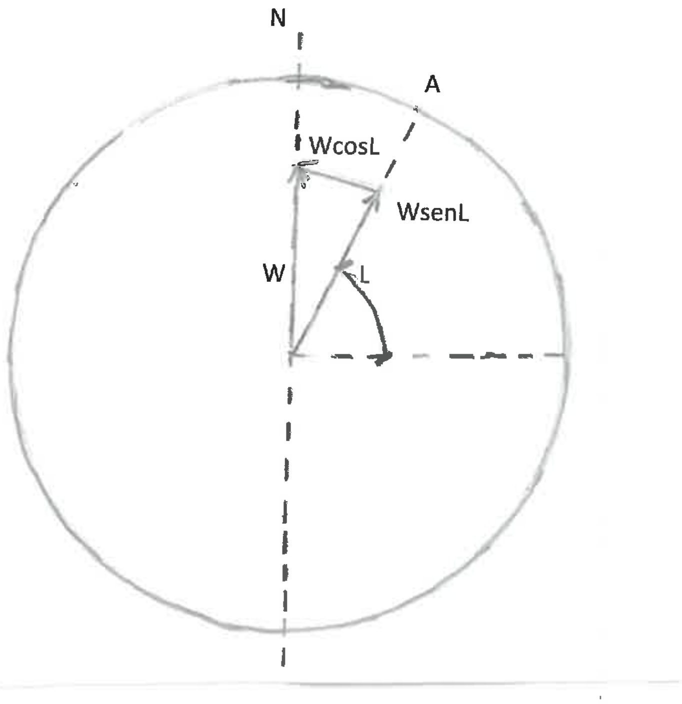

Figura 2.-

En la figura 3 podemos ver a un jugador empujando la piedra con cuidado y precisión.

Figura 3.-

Creo que he encontrado un modo de explicar la fuerza de Coriolis (llamada fuerza de inercia complementaria) de una forma más "visual", utilizando simplemente conceptos físicos básicos. Espero que sea algo sencillo de entender.

Se puede decir de forma simplificada que si queremos que un móvil se desplace según una recta respecto de un sistema que gira, hay que ejercer una fuerza sobre él, (la de Coriolis), pues de otro modo se desplazaría en línea recta respecto del espacio, pero no respecto del sistema que gira.

En los libros de física, aplicando el teorema de Coriolis se demuestra que un cuerpo soltado desde una altura H sin velocidad inicial, cae en un punto situado al este del pie de la vertical, y este desvío viene dado por la expresión $D=2\cdot W\cdot H/3\cdot \cos L\ \ 2\cdot H/g$ (1). Para ello hay que integrar dos ecuaciones diferenciales y operando se obtiene la expresión (1) que es la ecuación de una parábola cúbica. W es la velocidad angular de la Tierra, H la altura a la que se suelta el cuerpo, g la aceleración de la gravedad y L la latitud del lugar. Para una altura de 158,5 m. y una latitud de 51º se obtiene una desviación D=2,76 cm. Esto lo comprobó un tal Reich en un pozo de la mina de Freyberg.

Vamos a obtener esta expresión (1) utilizando solamente sencillas fórmulas de la cinemática, es decir vamos a hacerlo sin Coriolis, como dice el título del artículo.

Antes veamos cual es la velocidad angular de rotación de un punto de la Tierra de latitud L.

En la figura 2 hemos representado el punto A de latitud L y W es la rotación de la tierra. Descomponiendo la rotación en los dos vectores, paralelo y perpendicular al radio, obtenemos los valores indicados en la figura. La rotación del punto A es $W\cdot \cos L$. Como comprobación en el polo N, L=90º, cos90º=0, luego el polo norte no gira. En el punto O del ecuador L=0, cos0º=1 y la rotación es máxima.

En la figura 4 hemos representado la tierra girando en sentido antihorario con velocidad $W\cdot \cos L$, que como sabemos W es una vuelta cada día, y el cuerpo P soltado desde una altura H. Debido a la rotación $W\cdot \cos L$, el suelo se desplaza hacia la izquierda en la figura con una velocidad tangencial $V_s=W\cdot R\cdot \cos L$, pero el peso P antes de doltarlo, se desplaza también hacia la izquierda con una velocidad algo mayor, $V_p=W\cdot (R+H)\cdot \cos L$. Al ser esta velocidad mayor, el peso se adelanta al suelo y cae en un punto a la izquierda del pie de la vertical. Ya hemos encontrado porqué el peso en su caída se desvía hacia el este, sin mencionar a Coriolis. Vamos a calcular ahora cuánto vale este desvío.

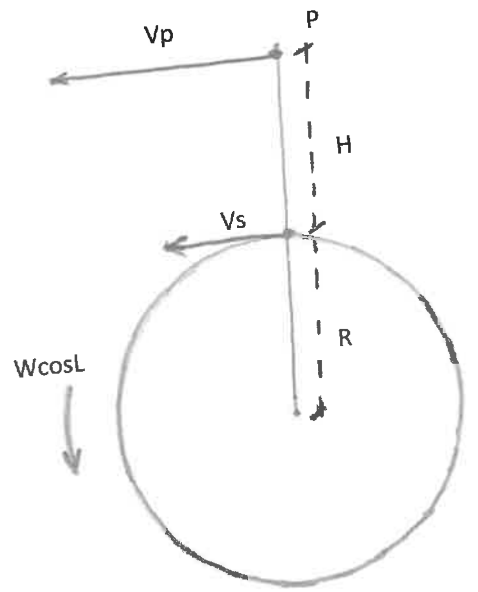

Figura 4.-

La velocidad relativa del peso respecto del suelo en el momento de soltarlo, es decir cuando está a una altura H del suelo es Vr=Vp-Vs=W·H·cosL. Pero esta velocidad del peso respecto del suelo no es constante, pues al descender, la altura disminuye, y asimismo disminuye el valor de la velocidad de traslación del peso, que es Vp=W·(R+h)·cosL. En este caso la velocidad relativa del peso respecto del suelo es Vr=Vp-Vs=W·(R+h)·cosL-W·R·cosL=W·h·cosL.

El peso tiene un movimiento vertical descendente uniformemente acelerado, siendo la aceleración g (aceleración de la gravedad). Por lo tanto, en el instante t el peso ha descendido $1/2 \cdot g \cdot t^2$, luego $h=H-1/2 \cdot g \cdot t^2$, La velocidad relativa del peso respecto del suelo es como hemos visto $Vr=W \cdot h \cdot \cos L=W \cdot (H-1/2 \cdot g \cdot t^2) \cdot \cos L$ (2). La velocidad es la derivada del espacio respecto del tiempo, luego el espacio es la integral de la velocidad en el periodo correspondiente. Integrando (2) obtenemos que el desvío es $S=W \cdot (H \cdot t-1/6 \cdot g \cdot t^3) \cdot \cos L$ (3), siendo t el tiempo que tarda en caer el peso que al ser un movimiento uniformemente acerado es $t=\sqrt{2 \cdot H/g}$, sustituyendo este valor de t en (3) se obtiene $S=(2/3) \cdot W \cdot H \sqrt{2 \cdot H/g} \cdot \cos L$, expresión que coincide con la (1) como era de esperar.

Pasemos ahora a estudiar la fuerza que en el hemisferio norte ejerce el rail derecho en el sentido del movimiento sobre las ruedas del ferrocarril.

En los libros de física se obtiene esta fuerza (llamada centrífuga compuesta) utilizando el mencionado teorema de Coriolis. $F_{ic}=2 \cdot m \cdot V_r x W \cdot \mathrm{sen} L$. (x indica producto vectorial), W·senL tiene el sentido antihorario, y su vector representativo es perpendicular y hacia arriba del plano horizontal. En este producto vectorial m es la masa, V_r la velocidad relativa, W la rotación terrestre y L la latitud. Al ser V_r y W vectores perpendiculares entre si, luego el módulo del vector F_{ic} es $2 \cdot m \cdot V_r \cdot W \cdot \mathrm{sen} L$ (4)

En la figura 5 vienen representados estos vectores. Como sabemos para obtener la dirección de F_{ic}, utilizamos la regla del sacacorchos, girando de V_r hacia W·senL, el avance nos da esta dirección de F_{ic}, que se ejerce sobre la masa m, hacia la derecha en el sentido del movimiento.

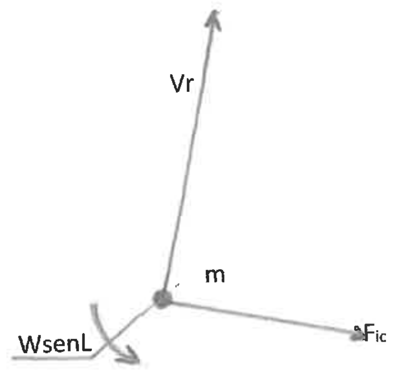

Figura 5.-

Vamos a estudiar este ejemplo del ferrocarril, pero sin utilizar el teorema de Coriolis.

En la figura 6 hemos representado el plano horizontal y los valores relativos respecto de la Tierra de las posiciones del móvil A y B, el espacio recorrido de A a B, y la velocidad relativa Vr en dos instantes muy próximos en t=0 y en t=dt.

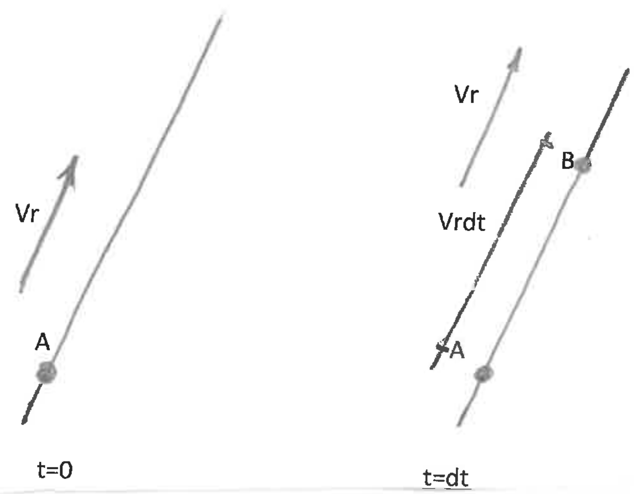

Figura 6.-

En este periodo corto de tiempo dt, podemos suponer que la velocidad relativa V_r permanece constante y que el espacio recorrido es recto. Respecto de la Tierra la vía está quieta y durante el intervalo dt el ferrocarril se desplaza del punto A al B recorriendo una distancia recta $V_r \cdot dt$.

En la figura 7 hemos representado valores absolutos, es decir respecto del espacio. En la figura 2 vemos que en el plano horizontal del punto A la rotación a considerar alrededor de ese punto es W·senL.

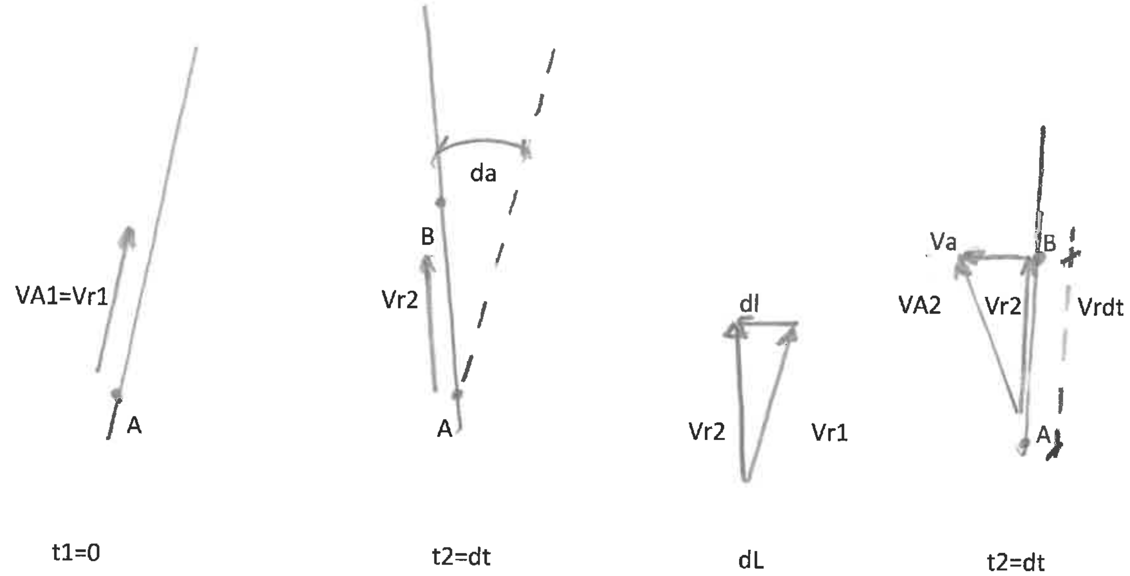

Figura 7.-

Como siempre, la velocidad absoluta VA en el punto A es la relativa V_r más la de arrastre Va, que como el punto A no gira sobre sí mismo, la velocidad de arrastre es nula en el instante 1, t=0, luego VA1=V_{r1} en el punto A, es lo representado en t1=0

Si en un instante dado el ferrocarril se encuentra en el punto A, al transcurrir un tiempo pequeño dt, habrá avanzado $V_r \cdot dt$ a lo largo de la vía al punto B, y la vía al igual que V_r, habrá girado un ángulo da=W·senL·dt. Vr1 pasa a Vr2 representado en t2=dt.

La velocidad relativa no varía en módulo, pero el vector V_{r2} en B es igual al vector V_{r1} en A más el vector dL. En ángulos pequeños este vector es igual al arco que subtiende, es decir igual al ángulo en radianes por el radio, dL=da·Vr=W·senL·dt·V_r (primer incremento de la velocidad absoluta debido al ángulo girado da)

La velocidad absoluta VA2 en el punto B será la suma vectorial de la relativa V_{r2} más la de arrastre Va, que es igual al radio por la velocidad de giro Va=$V_r \cdot$dt·W·senL (segundo incremento de la velocidad absoluta por la velocidad de arrastre).

La suma de estos dos incrementos de la velocidad absoluta es dVA=2·W·senL·V_r·dt

Como sabemos la aceleración es la derivada de la velocidad respecto del tiempo, es decir $j=dVA/dt=2 \cdot W \cdot senL \cdot V_r$.

La fuerza es masa por aceleración, luego $F=m \cdot 2 \cdot W \cdot senL \cdot V_r$. Expresión que como era de esperar coincide con la (4).

Para un vagón de 30.000 kg, una velocidad de 100 km/h y una latitud de 45º, se obtiene una fuerza sobre el raíl derecho de 8,8 kg.

Sobre las orillas de los ríos en el hemisferio norte ocurre lo mismo, en este caso no hay rail derecho, sino orilla derecha y la masa es la masa del agua que circula.

En general, conceptualmente es más fácil comprender este tipo de cosas desde el punto de vista absoluto, como hemos tratado de hacer, pero como vivimos en un planeta que está girando, el teorema de Coriolis viene muy bien para interpretarlos y calcularlos.

Las dos formas de interpretarlo son correctas como hemos dicho, tanto en el caso del coche que frena como en el que coge una curva. El peatón dice que la fuerza de inercia no existe, que esta es una fuerza virtual no ejercida por nada ni nadie, pero el conductor le puede responder que se monte en el coche y compruebe que las fuerzas de inercia existen.

En la mayor parte de las culturas el Sol tiene género masculino. En la popular vasca sin embargo es de género femenino. Eguzki amandrea, zer dakarzu berri?, negua joan da eta orain udaberri. Abuela sol, que trae de nuevo?, se ha ido el invierno y ahora es primavera. Las dos interpretaciones son válidas, como en el caso de las fuerzas de inercia, para unos el Sol es masculino y para otras es femenina.

Antton del Campo