LA EDAD LA PROBABILIDAD Y LA REALIDAD.

Hace algún tiempo me di cuenta de que, en ese año en concreto, la edad de mi hijo y la mía, escritas en el sistema decimal eran simétricas, es decir mi edad era AB y la de mi hijo BA. Pensé entonces, ¿esto será una casualidad de este año solamente, o se podrá dar o se habrá dado en algún otro año?. Y ¿cuándo puede suceder esto?, ¿cuándo fue la primera vez?

El estudio de este asunto se puede realizar de dos formas, bien por tanteos, o bien mediante un estudio general. Las dos formas son válidas y se llega a los mismos resultados. Primero veremos un ejemplo con números para hacerlo más comprensible y después haremos el estudio general. Aquel que no quiera leer el estudio general puede saltárselo y pasar al siguiente tema que es el de las probabilidades.

Ejemplo.

Veamos el caso de un progenitor (padre o madre) que en un año concreto tenga 64 años y su descendiente (hijo o hija) 46, dps números simétricos. La próxima vez que ocurra esto será 11 años después, es decir cuando sus edades sean 64+11=75 y 46+11=.57. La diferencia de edades es de 64-46=18=9·2 años, múltiplo de 9, el descendiente nació cuando el progenitor tenía 18 años. La primera vez que esto ocurrió fue cuando sus edades eran 20 y 2 (02).

Caso general.

Si mi edad en un año concreto es AB, quiere decir que tengo 10A+B años y mi hijo ese mismo año BA tiene 10B+A años. A es mayor que B pues mi hijo es menor que yo.

La diferencia de edad entre nosotros es D=(10A+B)-(10B+A)=10(A-B)+(B-A)=10(A-B)-(A-B)=9(A-B), es decir que para que esto ocurra la diferencia de edades debe ser múltiplo de 9. La diferencia de edades no puede ser 9, pues con 9 años no se puede tener un hijo, es decir que esta diferencia tiene que ser 9·2=18, 9·3=27, 9·4=36, 9·5=45, 9·6=54, 9·7= 63, 9·8 =72 y aquí debemos pararnos, pues no es muy corriente tener hijos a partir de los 72 años.

Es decir, que esa coincidencia de edades simétricas ocurre cuando el progenitor tiene un hijo a cualquiera de estas edades, 18, 27, 36, 45, 54, 63, o 72 años.

Una vez después de saber esto nos podemos preguntar: ¿esto ocurre solo una vez en la vida, o se repetirá alguna otra vez.?.

Si un año dado las edades de mi hijo y la mía son de la forma AB y BA, ¿al cabo de cuantos años serán otra vez simétricas, CD y DC?. Sean N los años que pasan para que las dos edades vuelvan a ser simétricas.

Es decir, AB+N=CD y BA+N=DC.

Luego 10A+B+N=10C+D (1), y 10B+A+N=10D+C (2)

Por un lado de (1) deducimos N=10C+D-10A-B (3) y por el otro de (2) N=10D+C-10B-A (4), es decir 10(C-A)+(D-B)=10(D-B)+(C-A) luego 9(C-A)=9(D-B) es decir C-A=D-B .

Sustituyendo en (3) N=10(C-A)+C-A=11(C-A) y lo mismo en (4) N=10(D-B)+(C-A)=11(D-B) en ambos casos N debe ser múltiplo de 11.

Es decir que esta coincidencia de edades simétricas se da cuando el nacimiento del hijo tiene lugar cuando la edad del padre es múltiplo de 9 y esto ocurre de 11 en 11 años

¿Cuándo es la primera vez que esto ocurre?. Para deducirlo vamos bajando de 11 en 11 años hasta que no se pueda restar 11 a la edad del hijo, en ese año es M, es decir 0M y la del padre M0, la diferencia es múltiplo de 9 es decir $9 \cdot P = M0 - M = 10M - M = 9 \cdot M$, $9P = 9M$, luego $P = M$. Es decir, la edad del hijo cuando ocurre esto por primera vez es igual al número por el que hay que multiplicar el 9 para obtener la cifra de la edad del padre cuando el hijo nació. En el ejemplo era $9 \cdot 2 = 18$ y sumando ese 2 al 18 tenemos $18+2 = 20$, que es la edad el padre cuando se da por primera vez esa coincidencia de ser simétrica de la del hijo, 02.

Preguntémonos ahora cual es la probabilidad de que esto ocurra. Es decir que eligiendo al azar una pareja de padre e hijo, queremos saber cual es la probabilidad de que sus edades sean alguna vez en sus vidas simétricas.

Llega el momento de meternos con las probabilidades.

Probabilidades.

Sin entrar en profundidades sabemos que la probabilidad de un evento cuando se pueden dar varios casos es el resultado de dividir el número de casos en que tiene lugar este evento, número de casos favorables, entre el número de casos posibles.

Un ejemplo sencillo lo podemos ver con la baraja. Calculemos la probabilidad de que, al elegir una carta, esta sea una copa, los casos posibles son 40 y los casos favorables son 10.

La probabilidad de este evento es $p=10/40=0,25=25\%$.

Veamos otro caso representado en la figura 1 algo más complicado. Una circunferencia en la hemos trazado un diámetro AB.

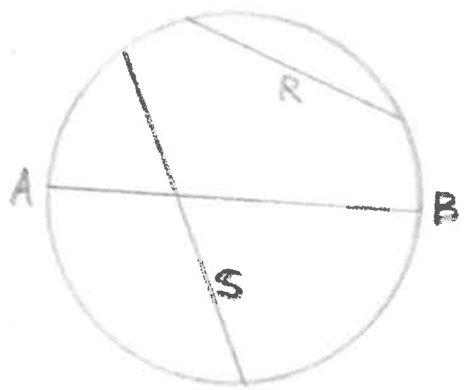

Figura 1.

Si tomamos un punto cualquiera del arco superior AB, por ejemplo, el M, ver la figura 2, podemos trazar rectas que pasen por este punto y otro cualquiera de la circunferencia. Si el segundo punto elegido N está en la semicircunferencia superior AB, la recta obtenida MN no corta al diámetro. Si el segundo punto elegido es el L que está en la semicircunferencia inferior AB, la recta obtenida ML si que corta al diámetro. Es decir que la recta cortará al diámetro si el segundo punto elegido está en distinto arco que el primero, y no le cortará si este segundo punto está en el mismo arco. Es decir que al ser las dos semicircunferencias iguales, la probabilidad de que al trazar una secante cualquiera a la circunferencia, esta corte al diámetro es 1/2.

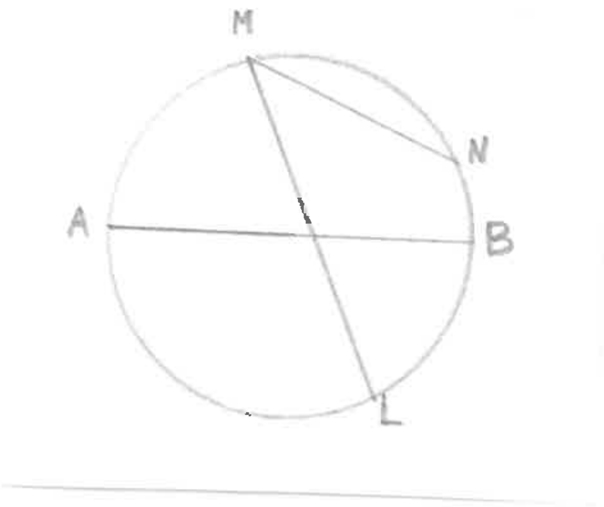

Figura 2.

Si tomamos como antes un punto cualquiera del arco superior, por ejemplo, el M, figura 3, podemos trazar rectas que pasen por este punto en cualquier dirección, las que estén contenidas en el ángulo AMB, como la m, cortan al diámetro y el resto no. El ángulo AMB está inscrito a la circunferencia y su valor en grados es la mitad del arco de circunferencia que sustenta, es decir 180/2=90º. Todas las rectas que pasan por M contenidas en estos 90º cortan al diámetro y el resto, las que pasan por los 270º restantes no le cortan, la probabilidad de que una recta trazada al azar corte al diámetro es p=90º/360º=1/4.

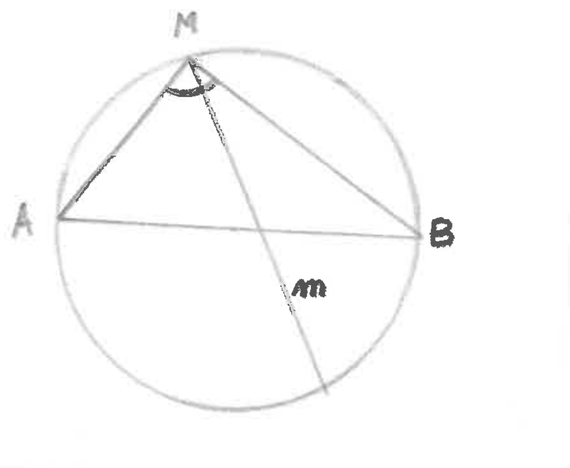

Figura 3.

Aparentemente hemos obtenido dos valores distintos para una misma probabilidad. Como diría el señor Troconiz, nuestro profesor de estadística de la escuela de Ingenieros de Bilbao, lo que ocurre es que estamos calculando probabilidades en dos universos de sucesos inconexos. Nosotros de forma más sencilla diremos que una probabilidad está calculada definiendo una recta al elegir dos puntos y la otra eligiendo un punto y una dirección.

La pregunta que nos hemos hecho era incompleta, no solo hay que preguntarse cuál es la probabilidad de que la recta trazada corte al diámetro, hay que concretar también cual es la forma en que trazamos la recta. Había que imponer alguna condición para que quedase definida correctamente.

Podemos hacernos ahora esta otra pregunta. Si la altura de las personas está acotada entre 1m y 2,40m., ¿cuál es la probabilidad de que una persona mida 1,73m. que es mi altura?. El único caso favorable es uno, 1,73 cm. y los casos posibles son todos los números reales que hay entre 1 y 2,40, que son infinitos, por lo tanto, uno entre infinito (dicho de manera un poco burda) es 0. La realidad en este caso no coincide con la probabilidad, pues a pesar de ser 0 la probabilidad yo mido 1,73m.

Si la pregunta hubiese sido ¿cuál es la probabilidad de que la altura de una persona esté entre los 1,72 y 1,74 m. Este tramo es de 2 cm. de casos favorables y el de casos posibles 240-100=140 cm. y la probabilidad P=2/140, es pequeña pero no nula.

En la previsión metereológica también ocurren casos de este tipo, Podemos leer en nuestro móvil que la probabilidad de que llueva mañana en Donostia a las 12 del mediodía es del 100%, y al día siguiente no haya llovido entre las 11 y las 13. Esto es normal que pueda ocurrir pues el cálculo de la probabilidad depende de las condiciones que impongamos y también, como hemos visto del tramo que hayamos considerado (en el caso anterior 2 cm,). Hay caso de probabilidad 0 que ocurren y otros con probabilidad del 100% que no ocurren.

Estamos ya en condiciones de preguntarnos, ¿Cuál es la probabilidad de que un padre y un hijo tengan cada 11 años edades simétricas?. Si acotamos la edad de poder tener un hijo entre los 15 y los 75 años, hay 60 casos posibles de la edad del padre al nacimiento del hijo. Como sabemos los casos favorables son cunado el hijo nace a la edad del padre múltiplo de 9 entre 15 y 75, es decir 18,27,36,45,54, 63 y 72 es decir 7 casos favorables. La probabilidad es p=7/70=1/10=10%.

En el caso de la madre, si acotamos la edad de poder tener hijos entre los 13 y 55 año, los casos posibles son 55-13=42 y los favorables a los 18,27,36 y 45 años, 4 casos, p=4/42.

La probabilidad es una definición matemática ideada por nosotros y la realidad es otra cosa.

Anton del Campo.

Ingeniero Industrial.-