

## VUELO DE NOCHE 2. (Rumbos de navegación marítima y aérea)

En el anterior escrito (Vuelo de noche), hablaba de como en la pantalla del avión aparecía el mapa de la trayectoria que estábamos realizando entre Pekín y Frankfurt.

Fue durante el regreso nocturno del viaje que hicimos con el Colegio de Ingenieros a China.

Esta trayectoria se veía como un arco de circunferencia con la convexidad hacia el norte como se aprecia en la figura 1. Pasamos por encima de Mongolia.

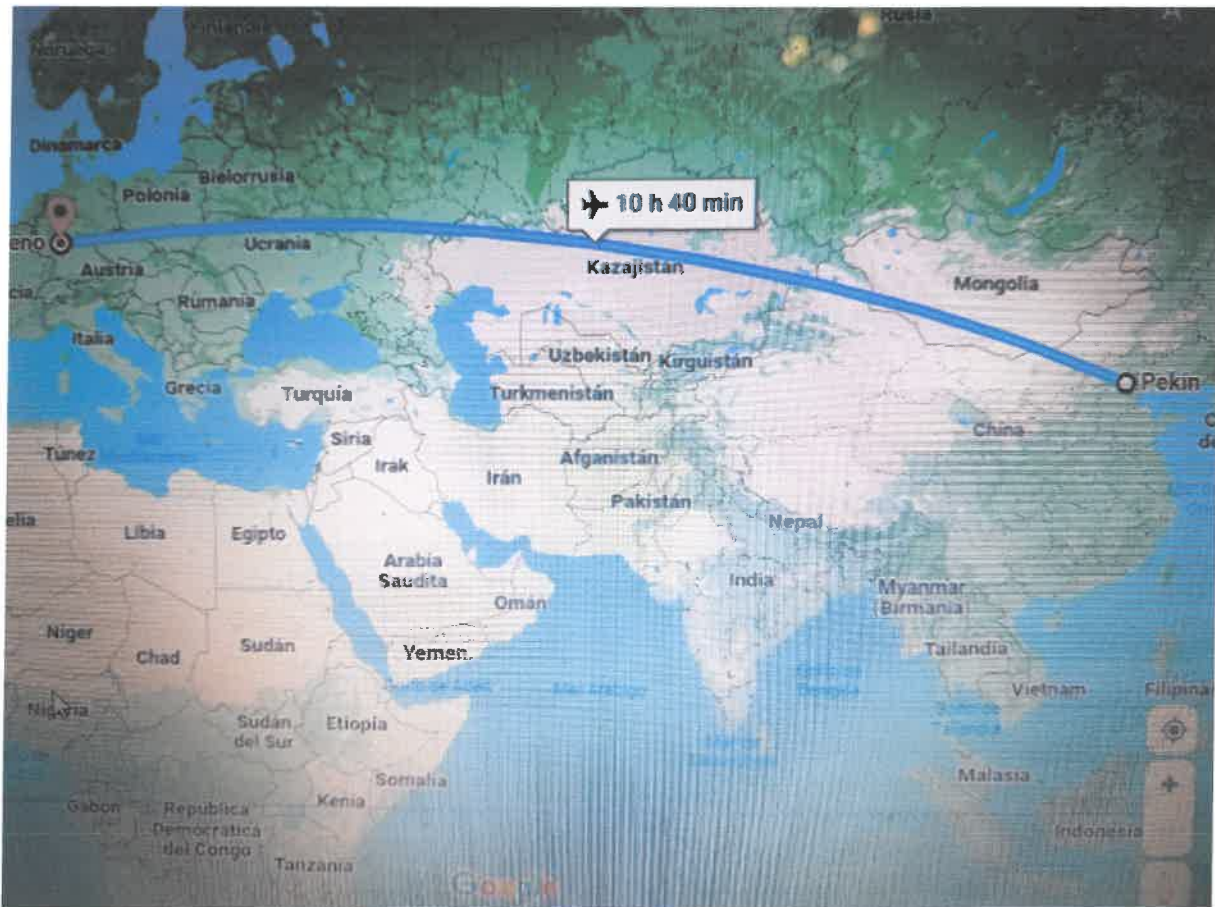


Figura 1.

En un principio pensé que habría alguna razón para que la trayectoria no fuese recta, que aparentemente sería la más corta posible, supuse que podría ser debido a algo relacionado con el espacio aéreo o a algunos tratados internacionales de vuelo que tenían que ver con la aviación y su seguridad.

Pero pronto recordé las enseñanzas sobre astronomía y geodesia de mi profesor de matemáticas de preuniversitario del Instituto de Vitoria.

Él nos enseñó que, tanto en navegación como en aviación, había sobre todo dos tipos de rutas; los llamados rumbos ortodrómicos y los denominados loxodrómicos.

La distancia más corta entre dos puntos es como sabemos la línea recta, pero en la superficie terrestre al ser una esfera no es posible recorrer una línea recta, pues habría que meterse bajo tierra y hacer un túnel para recorrer una trayectoria rectilínea entre los dos puntos. En la superficie esférica

la distancia más corta entre dos puntos es un arco de círculo máximo. El plano de estos círculos está definido por tres puntos, el inicio, el final de la trayectoria A y B, y el centro de la esfera. Estos círculos tienen por radio el de la Tierra como se ve en la figura 2.

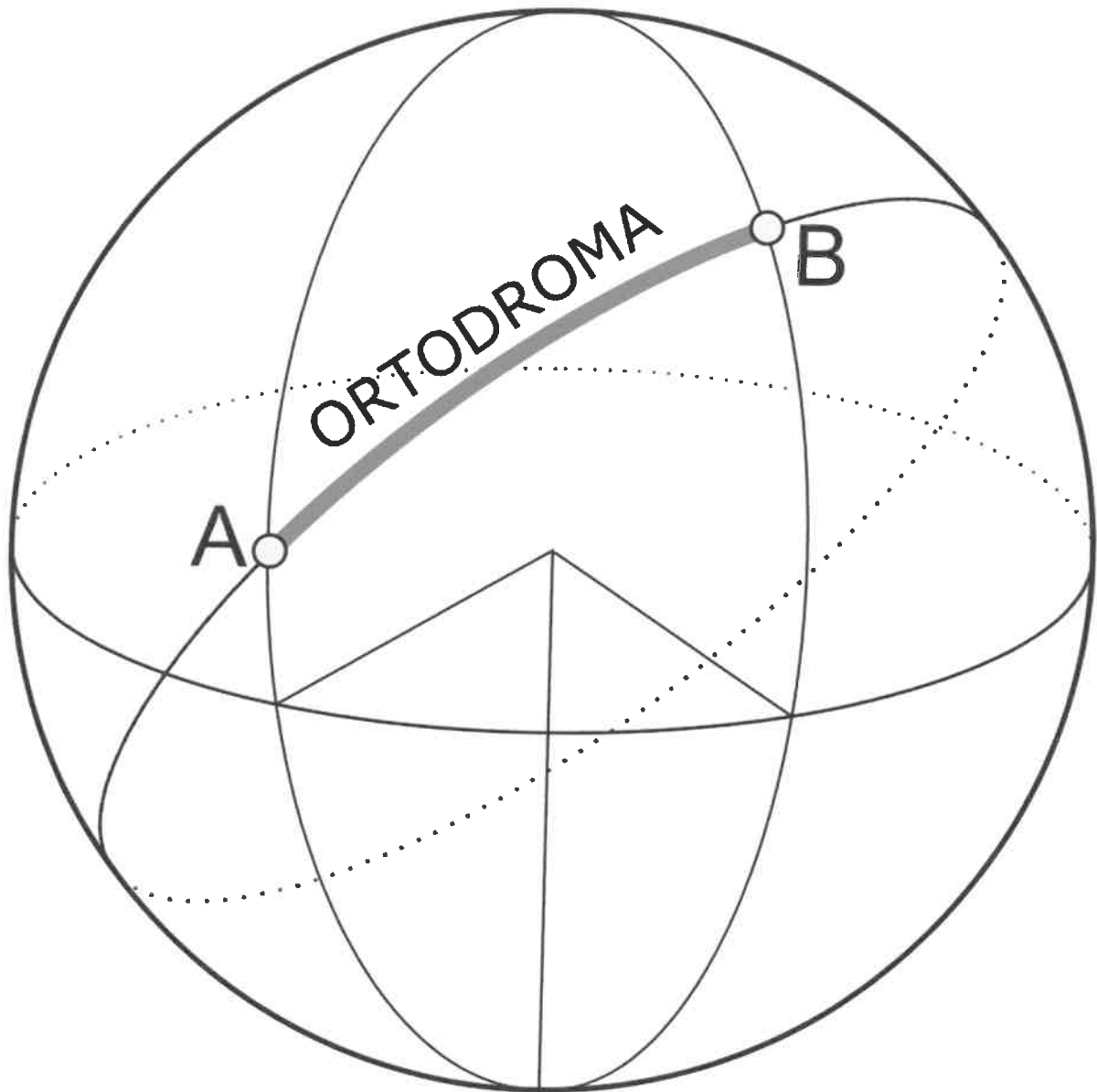


Figura 2,

En medio del océano sin otra referencia visual que la superficie del agua, la forma de orientarse que tenían los antiguos navegantes era por medio de la brújula.

Manteniendo un rumbo de ángulo fijo respecto de la brújula, como esta señala la dirección hacia el polo norte, el eje de la aguja señala el meridiano donde estemos, el recorrido que hacemos forma siempre el mismo ángulo con todos los meridianos que vayamos atravesando. A este tipo de rumbos o trayectorias se les llama rumbos loxodrómicos.

Este tipo de rumbos loxodrómicos se han venido utilizando desde la antigüedad, pues no hay más que mantener la aguja de la brújula fija respecto del barco. Ver figuras 3 y 4.

Realmente la brújula no señala exactamente el norte geográfico, sino el norte magnético. Es decir que el eje de la brújula no sigue la dirección del meridiano.

Con la ayuda de la brújula el rumbo que recorreremos es solamente próximo al loxodrómico. Esto realmente nos es un problema grave. Si por ejemplo queremos ir hacia Nueva York ayudados de la brújula, no recorreremos un rumbo loxodrómico propiamente dicho, pero al ir acercándonos veremos donde está exactamente Nueva York, y nuestra vista, no la brújula nos marcará el final del trayecto.

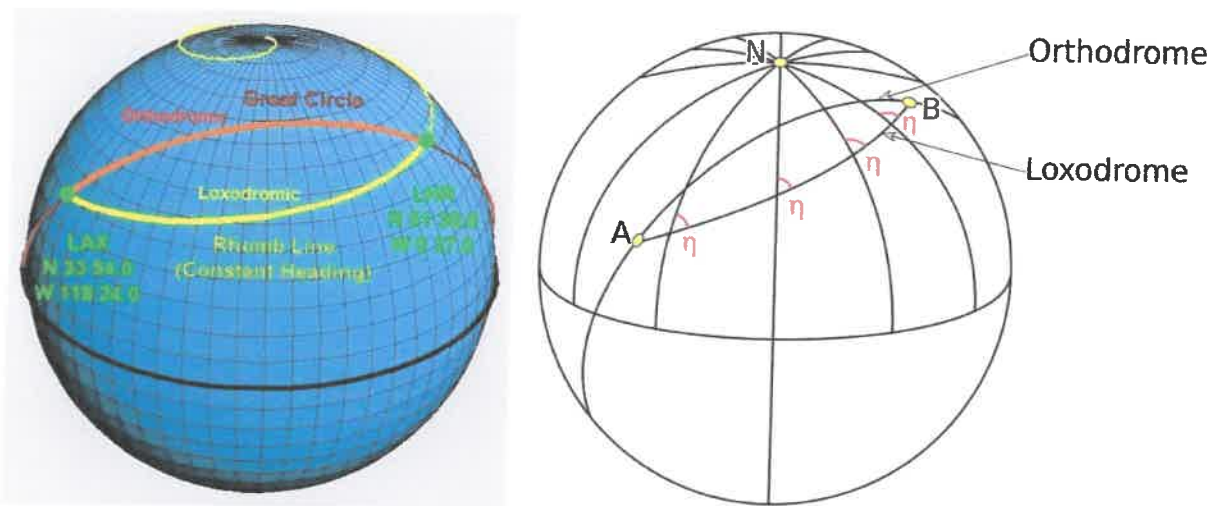


Figura 3.

Estos rumbos loxodrómicos al formar el mismo ángulo con los meridianos vienen representados en los mapas habituales por rectas, (ver fig. 4.). Tienen la ventaja de que son relativamente fáciles de recorrer, pues solo hay que usar la brújula y mantener el rumbo sin que la brújula gire respecto del barco. Tienen también otra ventaja que es que en los mapas habituales son trayectorias rectas y fáciles de dibujar.

Las trayectorias ortodrómicas tienen la ventaja de ser las más cortas, pero es necesario realizar cálculos algo complicados para seguirlos. Debido a eso no se utilizaban antiguamente en navegación.

Según dicen el primer recorrido ortodrómico por el océano lo realizó el Titanic con la idea de batir el record de la travesía. Pero debido a que en el hemisferio norte la ortodrómica se aleja hacia el norte de la loxodrómica, el Titanic atravesó una zona peligrosa de icebergs.

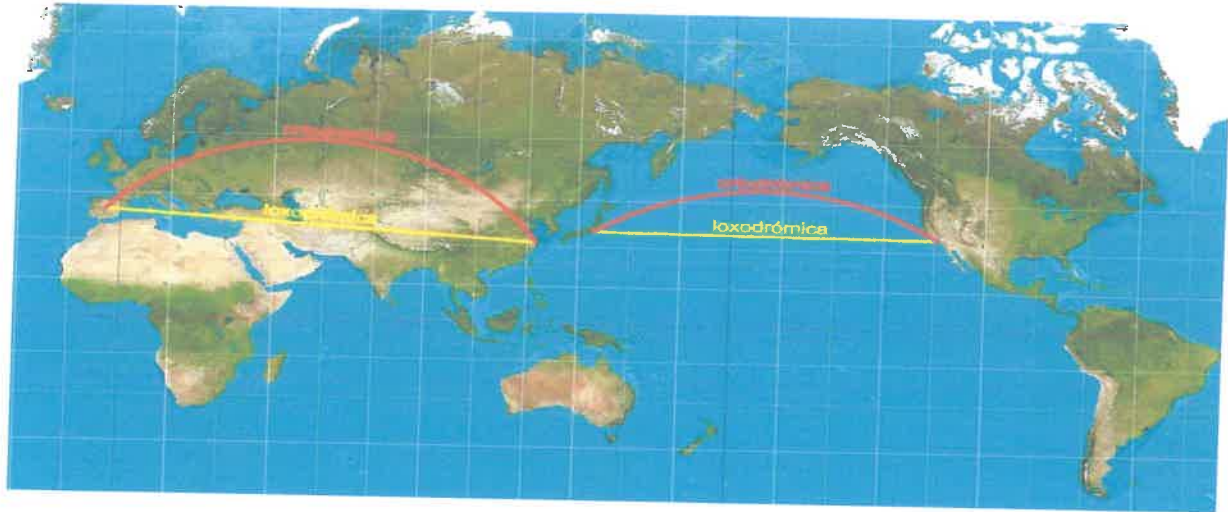


Figura 4

Actualmente con el G.P.S. esto está solucionado y tanto los aviones como los barcos pueden orientarse de esta forma, y seguir las rutas más cortas que como hemos dicho son las ortodrómicas,

Vamos a utilizar la geometría esférica para comparar las distancias ortodrómica y loxodrómica entre Pekín y Frankfurt. En cuanto a la trayectoria ortodrómica del avión desde Pekín hasta Frankfurt, en vez de verse como una recta en los mapas habituales, se desplaza en curva hacia el norte pasando por encima de Mongolia. La trayectoria loxodrómica aparece como una recta al formar el mismo ángulo con todos los meridianos que en el mapa son rectas verticales.

Para aquellos a los que no interese leerse los pasos intermedios he preparado un RESUMEN al final del artículo, en el aparecen los resultados obtenidos de los diversos recorridos.

En la figura 5 hemos representado la esfera terrestre y en ella hemos dibujado el polo norte (N), Pekín (P) Frankfurt (F), el ecuador y los meridianos correspondientes a Pekín y Frankfurt. Las coordenadas, (longitud y latitud) de estas dos ciudades son Pekín (Lo 116,40° y La 39,91°) y Frankfurt (Lo 10,53° y La 49,85°). Por lo tanto en el triángulo FNP de figura conocemos el lado  $FN=90-FA=90-49,85=40,15^\circ$ , a su vez el lado  $PN=90-PB=90-39,91=50,09^\circ$ . También conocemos el ángulo FPN que es la diferencia entre las longitudes de F y P  $FNP=116,40-10,53=105,87^\circ$ .

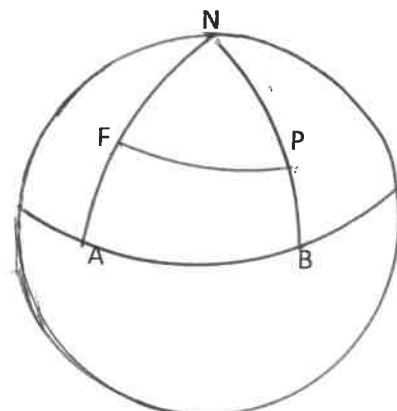


Figura 5.

Aplicando una de las fórmulas de los triángulos esféricos obtenemos el lado  $FP=69,50^\circ$ .

La fórmula a aplicar es  $\cos(FP)=\cos(40,15)\cdot\cos(50,09)+\sin(40,15)\cdot\sin(50,09)\cdot\cos(105,87)$

Con un radio medio de la Tierra de 6.371 km. Su circunferencia media es de 40.030 km. Por una simple regla de tres obtenemos que la distancia  $FP=(69,50^\circ/360^\circ)\cdot 40.030=7.728$  km.

La longitud loxodrómica es algo más difícil de calcular y vamos a hacer algunas simplificaciones.

Las latitudes de Pekín y Frankfurt son aproximadamente  $40^\circ$  y  $50^\circ$ . Vamos a tomar como recorrido loxodrómico el paralelo norte a  $45^\circ$  como media entre 40 y 50. Un paralelo es una ruta loxodrómica que corta a los meridianos en ángulo recto en los planos habituales obtenidos a partir de la proyección de Mercator. La longitud total de ese paralelo 45 es de  $40.030\cdot\sin(45^\circ)=28.305$  km..

Como el recorrido en el paralelo 45 es de  $105,87^\circ$ , por medio de una regla de tres obtenemos la distancia  $D=(105,87^\circ/360^\circ)\cdot 28.305=8.324$  km.

Para comprobar que esta simplificación es aceptable calculemos los recorridos en los paralelos de  $40^\circ$  y  $50^\circ$  respectivamente y hallemos la media.

El paralelo de  $40^\circ$  de latitud tiene una circunferencia de  $40.030\cdot\sin 40^\circ=25.730$  km. El paralelo de  $50^\circ$  de latitud  $40.030\cdot\sin 50^\circ=30.665$  km.

Estas longitudes son las del paralelo total, es decir en  $360^\circ$ . Por medio de sendas reglas de tres obtenemos las longitudes de los arcos de los paralelos a  $40^\circ$  y  $50^\circ$  del recorrido entre Pekín y Frankfurt de  $105,87^\circ$ , que son  $(105,87/360)\cdot 25,730=7.567$  y  $(105,87/360)\cdot 30.665=8.871$  km. respectivamente.

La media de estas dos cantidades es  $(8.871+7.567)/2=8.219$  km., cantidad muy próxima a la obtenida de la otra forma que era 8,324 km.

La diferencia entre los dos recorridos loxodrómico y ortodrómico es de  $8.324-7.728=596$  km, que corresponde casi a una hora de vuelo.

La relación entre los dos recorridos es  $8.324/7.728=1,08$ , está claro que el ir hacia el norte y pasar por Mongolia nos ahorra casi el 8% de combustible. Este porcentaje es mayor en recorridos más hacia el norte, llegando a sobrepasar el 50%.

Para terminar, calculemos si es rentable hacer un túnel recto bajo tierra entre Pekín y Frankfurt. En la figura 6 está representado el triángulo isósceles donde conocemos los lados iguales OF y OP, el radio medio de la Tierra de 6.371 km. Y el ángulo que forman entre Pekín y Frankfurt que hemos obtenido antes de  $69,5^\circ$ . La distancia D es  $2\cdot 6.371\cdot\sin(69,5^\circ/2)=7.263$  k.

La máxima profundidad del túnel se da en su punto medio y es  $AB=AO-BO$   $AO=6.731$  y  $BO=6.731\cdot\cos(69,5/2)=5.530$   $AB=6.731-5.530=1.201$  km.

No parece muy rentable, tanto por lo poco que se acorta el recorrido, como por la profundidad a que hay que llegar.

En todos los cálculos que hemos realizado se han tenido en cuenta varias simplificaciones, considerar la Tierra como una esfera perfecta y tomar como radio el radio medio, no tomar en consideración que el avión va a una altura de 10 km. sobre la superficie, etc.

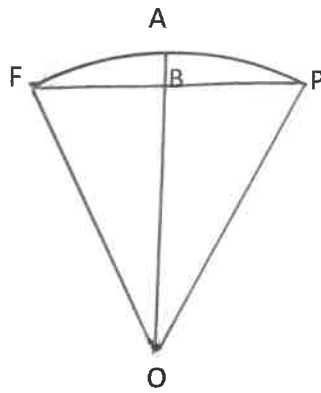


Figura 6

RESUMEN.

Distancia mínima entre Pekín y Frankfurt en línea recta excavando un túnel, 7.262 km. Distancia siguiendo el rumbo ortodrómico, 7.728 km. Distancia siguiendo el rumbo loxodrómico, 8.324 km. Distancia por carretera, km.9.640.

En la figura 7 aparecen, el rumbo ortodrómico en negro, el recorrido por carretera en azul y el loxodrómico como una recta.

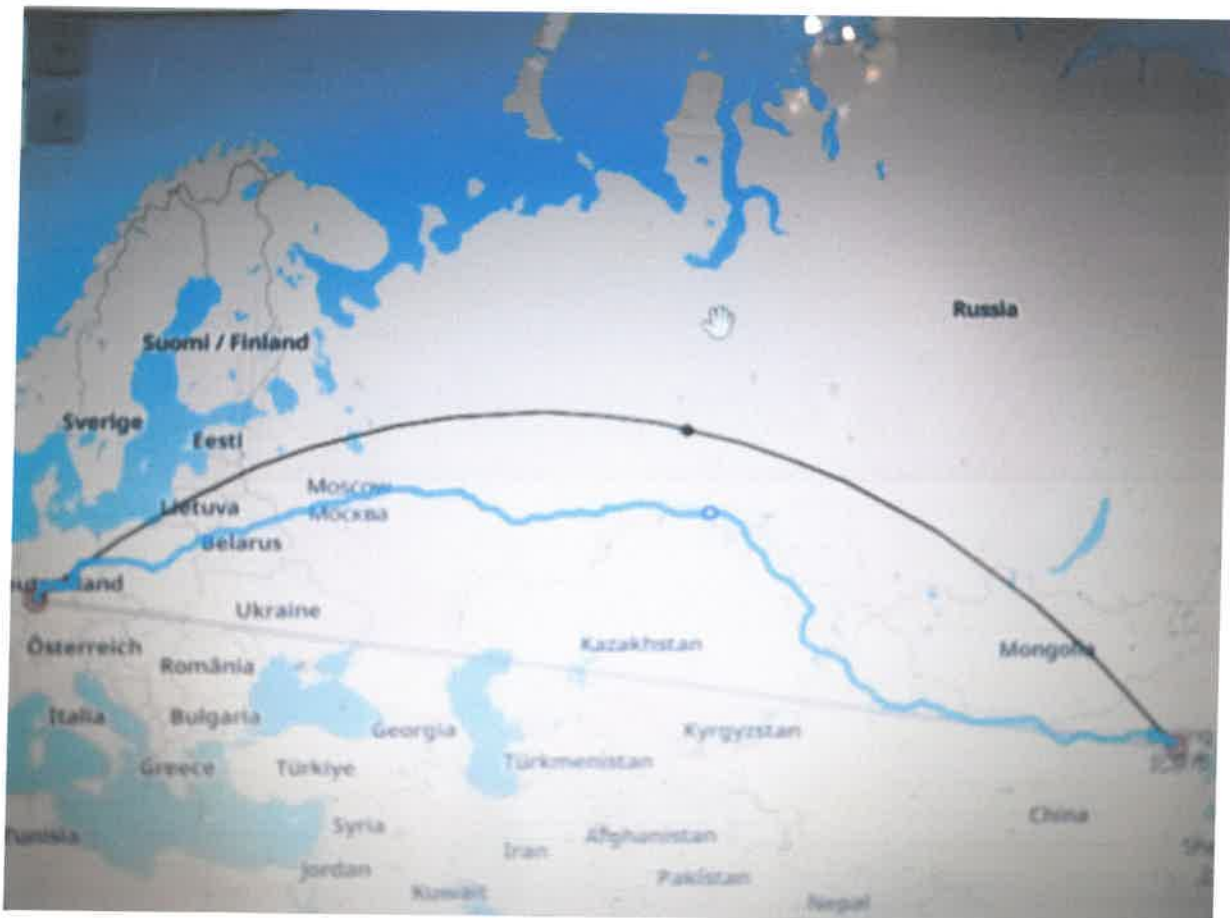


Figura 7.

Anton del Campo  
Ingeniero Industrial.