

## NI LAS ABEJAS NI LOS FRUTEROS SON GEÓMETRAS.

RESUMEN: *En el escrito voy a tratar de hacer ver que la distribución de los panales de las abejas en celdillas hexagonales no es algo achacable a ningún instinto ni inteligencia de ellas. Es algo que viene impuesto por las propiedades geométricas de las esferas.*

*Da la casualidad, además, de que esta distribución tiene la propiedad de que con un perímetro dado de los hexágonos formados por cera, se obtiene una capacidad de almacenamiento elevada, es decir con un consumo muy pequeño de cera comparado con otras posibles soluciones geométricas. Las abejas tienen un instinto que las lleva a situar esferitas en contacto de cera segregada por sus glándulas, pero no a construir hexágonos.*

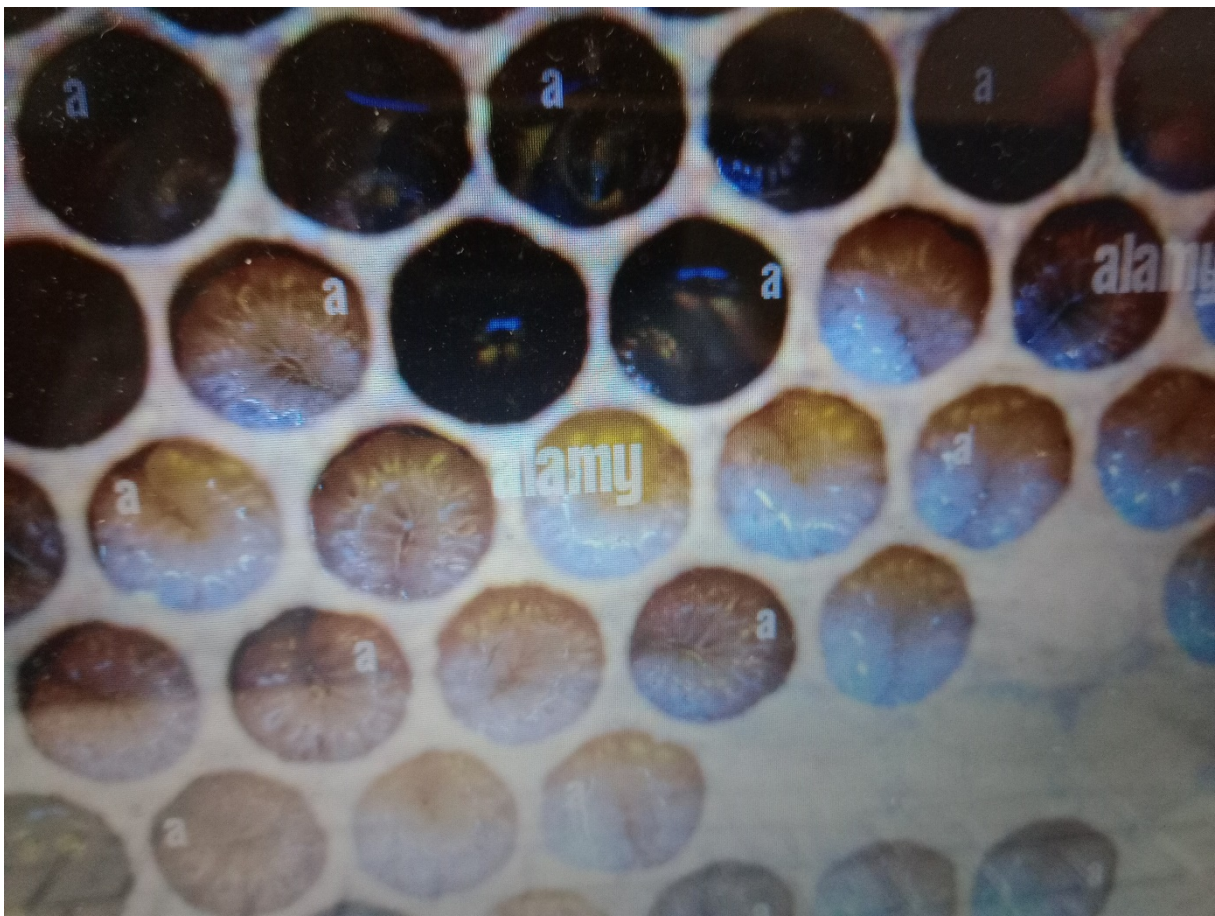


Figura 1.-

¿Hay alguna relación entre las celdillas hexagonales de los panales y las cajas de fruta?, ¿tienen algo que ver las abejas con los fruteros?. Fijémonos en las figuras 1 y 2, en la primera se puede ver una parte de un panal donde se aprecia claramente la distribución en celdillas hexagonales. En la figura 2 se ve una caja de frutas donde se aprecia la distribución hexagonal.



Figura 2.-

Se ha escrito y estudiado mucho en relación con la forma hexagonal de las celdillas de los panales. Se dice que el hexágono es el polígono más apropiado para dar forma a las celdillas utilizando el mínimo de cera para almacenar el máximo de miel. Se ensalza la capacidad de las abejas para realizar esta obra maestra. En principio voy a distribuir arbitrariamente en un plato unas cuantas ciruelas del

mismo tamaño. En la figura 3 se aprecia que son unas ciruelas de tamaño similar y que debido a su forma esférica han quedado distribuidas de ese modo.



Figura 3.

Puede parecer que la distribución de las ciruelas de forma casi esférica y de tamaño similar no tiene nada que ver con la forma hexagonal de las celdillas de los panales ni con las celdillas de las cajas de fruta.

Sin embargo, se puede ver que cada ciruela está rodeada por otras seis que son tangentes a la que podemos llamar central y también son tangentes entre ellas

He dibujado en amarillo un hexágono trazando tangentes a una de las ciruelas en los puntos de contacto con las seis que le rodean.

Diciéndolo de forma poco científica, "la geometría y la gravedad nunca duermen". Esferas de similar tamaño en contacto unas contra otras forzosamente se distribuyen de esa manera y no de otra. Lo mismo ocurre con las pequeñas esferas de cera depositadas por las abejas en el panal antes de formar la celdillas hexagonales..

Ya aparecen los hexágonos, que son los que forman las celdillas de las abejas, ¿Pueden tener alguna relación entre sí estas dos formaciones?, ciruelas y celdillas?

Es decir que, si colocamos esferas del mismo tamaño sobre una superficie plana y las agrupamos poniéndolas en contacto unas con otras, se obtiene una distribución hexagonal formada por hexágonos regulares ideales cuyos lados son las rectas tangentes a las esferas en todos sus puntos de contacto.

El frutero al ver que la agrupación natural de las frutas esféricas es la hexagonal, prepara las cajas para colocarlas de esa forma, que es la que contiene el mayor número de frutos.

Las abejas al elegir el sitio donde van a construir el panal van depositando por instinto bolitas esféricas de similar tamaño de una cera producida por sus glándulas. Estas esferas de cera se agrupan como sabemos (debido a su geometría) formando los mismos hexágonos ideales que la fruta.

Sobre la forma de los panales hay mucha literatura, pero nada o casi nada sobre el proceso constructivo. En Zumarraga ha habido un museo donde creo que hubiera sido posible observar las distintas fases del proceso de la construcción, pero se ha cerrado recientemente por desgracia.

Viendo la figura de las celdillas de las abejas de la figura 1, se observan los hexágonos, pero también se aprecia en la parte inferior de la figura, que estos hexágonos provienen de la forma esférica inicial, como se puede ver en algunas de las celdillas todavía sin terminar. Lo que yo creo es que esas esferitas iniciales, son trabajadas por las abejas ahuecándolas por su centro para poder almacenar la miel o para colocar los huevos, de forma que estas esferas van juntando, transformando los puntos de tangencia en rectas y entonces aparecen los hexágonos.

Las abejas no necesitan tener ningún instinto ni nada similar por medio del cual construyen las celdillas hexagonales, es la geometría de las esferas la que les obliga a hacerlo de esta manera, de la misma forma que las ciruelas de la figura 3 se colocan formando hexágonos ideales.

Los copos de nieve tampoco tienen ningún instinto que los lleve a formar hexágonos, es la geometría de las moléculas (distancias y formas), la que obliga a esa hexagonalización.



Copo de nieve.

Esto no quita ningún mérito a las abejas, pues, aunque forzadas por la geometría, son muy trabajadoras y están muy bien organizadas para poder llevar a cabo todo lo que hacen, que verdaderamente es admirable.

Como hemos dicho al principio, tienen además la suerte de que el hexágono con un perímetro dado envuelve una superficie que es casi la máxima posible.

Es fácil calcular la relación entre la superficie encerrada y el perímetro de diversos polígonos regulares.

En el caso de triángulos equiláteros esta relación es  $S=0,048 \cdot P^2$ . Para un cuadrado  $S=0,062 \cdot P^2$ . Para el hexágono  $S=0,072 \cdot P^2$ .  $S$  es la superficie encerrada y  $P$  el perímetro.

Como decíamos en el resumen, las abejas tienen la suerte de que los hexágonos regulares que surgen de las esferas iniciales, el hexágono tiene la propiedad de que con un perímetro dado, se obtiene casi la mayor superficie de almacenamiento posible que es el caso de la circunferencia en la que  $S=0,08 \cdot P^2$ . De esta forma la cantidad de cera necesaria para la formación de las paredes del hexágono es casi la mínima.

Hay muchas formas de rellenar una superficie plana con polígonos regulares. Por ejemplo, las baldosas de las aceras para cubrir la superficie tienen multitud de soluciones.

En el caso de las baldosas de aceras el polígono elegido lo es solamente por cuestiones estéticas y no por ahorro de material como en el caso de las celdillas. Para cubrir un metro cuadrado de acera hay que utilizar un metro cuadrado de baldosa, sea de la forma que sea.

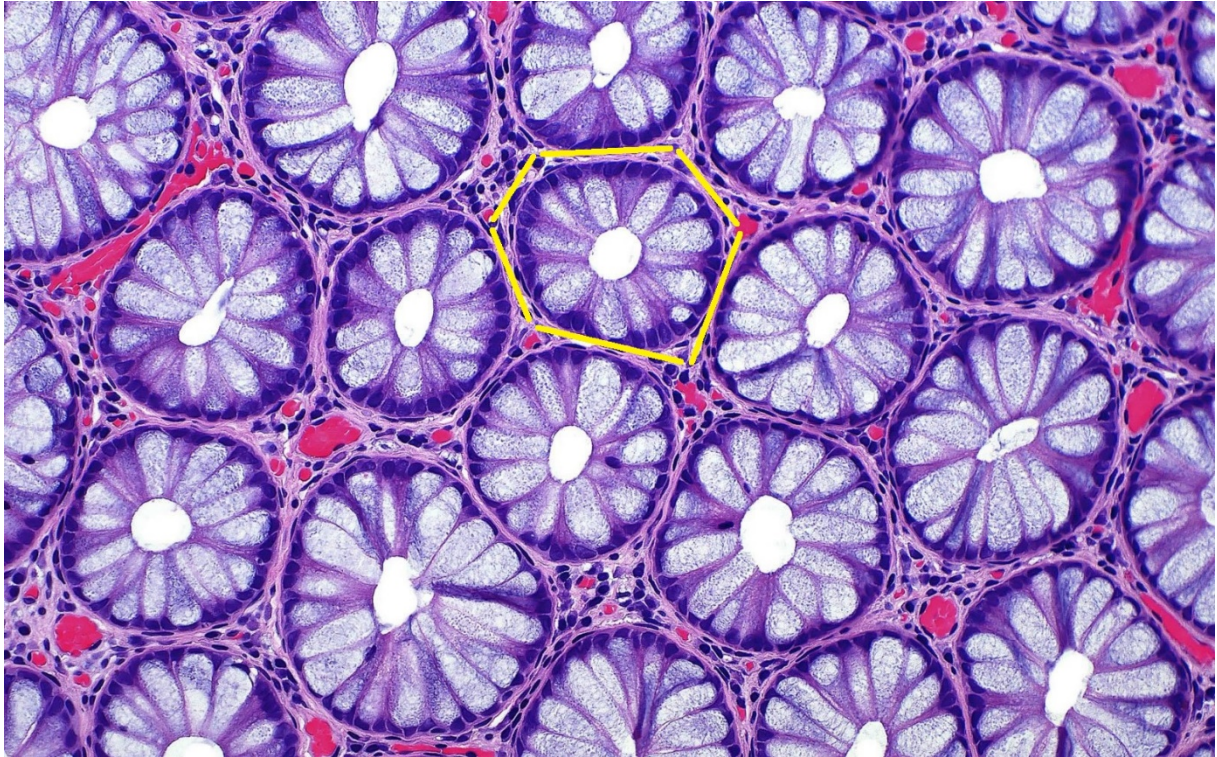
Así pues, el instinto de las abejas actuales junto con las condiciones geométricas de las esferas, forman las celdillas hexagonales que construyen nuestras abejas.

Digo abejas actuales pues las abejas primitivas de hace milenios, de las que proceden las actuales, tendrían un instinto diferente que las llevaría a construir los panales de alguna otra manera, pero que la desconocemos pues no han llegado restos a nuestros días. Alguna de esas abejas primitivas y sus descendientes, por evolución natural sufriría un cambio genético que alteraría su instinto inicial, y a partir de entonces surgirían las celdillas hexagonales. Las abejas que en principio coexistían con estas nuevas, estarían en condiciones peores que las nuevas e irían desapareciendo.



Baldosas de aceras en cuadrados y en nido de abeja.

En el número 349 de marzo de 2.023 de la revista Elhuyar, en las páginas 12 y 13 aparece una excelente foto de una sección transversal del colon humano obtenida mediante microscopio electrónico, donde aparecen células de las glándulas.



Estas células son unos círculos bastante imperfectos. De todas formas, a pesar de ello, al estar agrupadas unas contra otras y crecer desde dentro hacia fuera, cada una viene a estar en contacto con otras seis que la rodean. Forzosamente, al igual que las frutas y las bolitas de cera depositadas por las abejas en el panal forman una agrupación de geometría hexagonal

He dibujado en amarillo el hexágono circunscrito a una de las células. Es un hexágono no regular, pues proviene de círculos de diferentes tamaños y no completamente circulares.

Otros ejemplos de distribución hexagonal los tenemos en las barricas apiladas y en vasos que son colocados de forma que quepan la mayor cantidad posible en una balda estrecha.



Barricas apiladas.



Vasos.

Hay muchos estudiosos de las abejas que dicen que estas poseen una inteligencia muy especial. A veces se utiliza la palabra instinto en vez de inteligencia. La verdad es que la línea divisoria entre estas dos capacidades cognitivas no debe de estar muy clara. De todas formas, creo que ha quedado explicado que para la formación de hexágonos no es necesario ni instinto ni inteligencia, es la geometría la que fuerza a ese tipo de distribución.



Antton del Campo.

Ingeniero industrial.